6月大数据精选模拟卷04（浙江卷）（临考预热篇）（解析版）

数学

一、单选题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合，，则（ ）

A． B． C． D．

【答案】B

【解析】

集合，，

所以.

故选B.

2．若双曲线的左、右焦点分别为，离心率为，点，则( )

A．6 B．8 C．9 D．10

【答案】C

双曲线的左、右焦点分别为，，

，，

又，

，，

该双曲线离心率为，

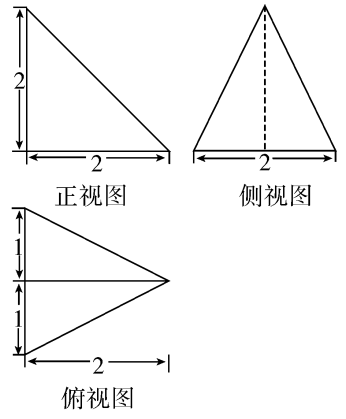
，即，

解得，

，

故选：C.

3．一个棱锥的三视图如图所示，则该棱锥的表面积是(　　)



A． B．

C． D．

【答案】A

【解析】

由三视图可以看出，几何体是有一个与底面垂直且全等的侧面，

另外两侧面为全等三角形的三棱锥．由图中数据知底面为等腰

三角形，底边长为2，高为2，故面积为×2×2＝2.在底面上，

由顶点在底面的投影向另两侧面的底边作高，将垂足与三棱锥

顶点连接起来即得此两侧面的高．由图中数据，得侧面的底边

长为，高为，所以此两侧面的面积均为，

故此三棱锥的表面积为.

故选A.

4．设复数满足，则（ ）

A． B． C． D．

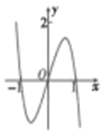
【答案】A

【解析】

由题意，复数，即，所以.

故选：*A.*

5．已知函数，且的图象关于对称，则的导函数的图象大致为（ ）

A． B．

C． D．

【答案】A

【解析】

解：由的图象关于对称，所以函数为偶函数，则，解得，

所以，则，

设，则，

令，解得，

所以当时，；当时，，

即函数在为增函数，在为减函数，

即在时取得极大值为，

即导函数的图象大致为选项A所示，

故选：A．

6．下列叙述中，正确的个数是（ ）

①命题：“”的否定形式为：“”；

②是△ABC所在平面上一点，若，则是△ABC的垂心；

③“M＞N”是“”的充分不必要条件；

④命题“若，则”的逆否命题为“若，则”．

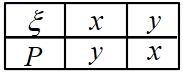
A．1 B．2 C．3 D．4

【答案】C

【解析】

，即，同理可证，故点是三角形的垂心，所以②正确；因为是减函数，所以当“M＞N”时，“”，而当“”时，“MN”，所以“M＞N”是“”的既非充分也不必要条件，故③错；由逆否命题的写法可知，命题④正确，所以正确的命题有3个，故选C．

7．已知随机变量*ξ*的分布列，则下列说法正确的是( )



A．存在*x*，*y*∈(0，1)，*E*(*ξ*)> B．对任意*x*，*y*∈(0，1)，*E*(*ξ*)≤

C．对任意*x*，*y*∈(0，1)，*D*(*ξ*)≤*E*(*ξ*) D．存在*x*，*y*∈(0，1)，*D*(*ξ*)>

【答案】C

【解析】依题意可得，

因为

所以即故，错误；









即，故成立；

故错误

故选：

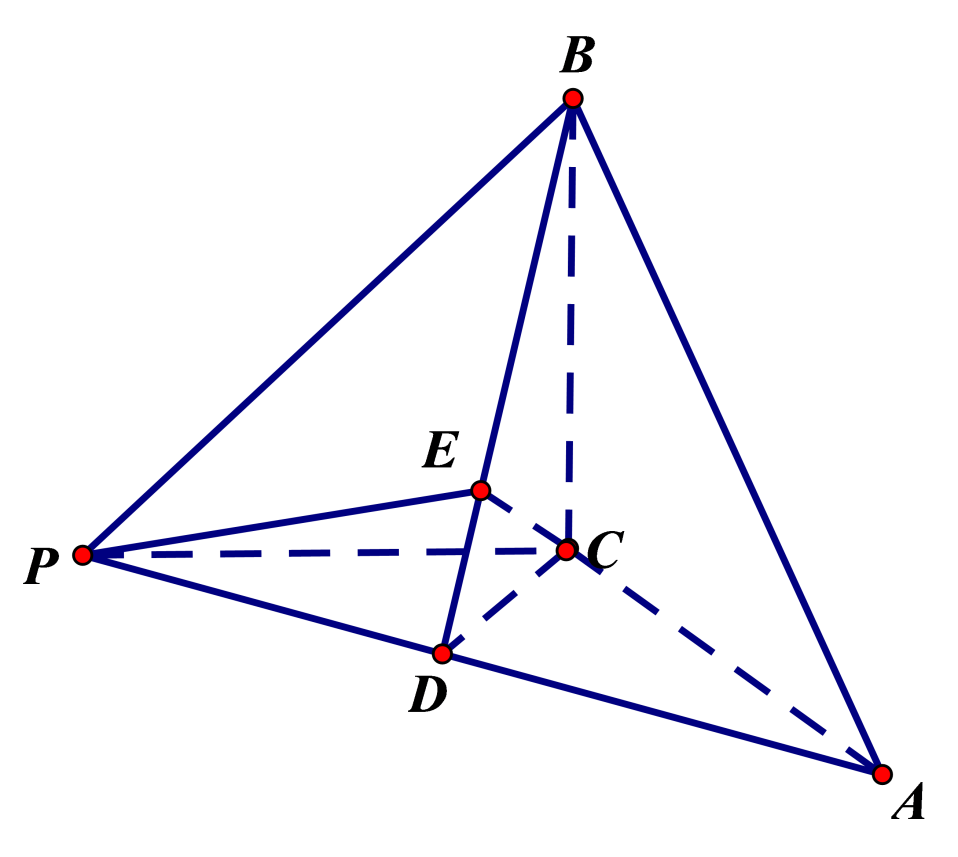
8．已知中，，，将绕*BC*旋转得，当直线*PC*与平面*PAB*所成角的正弦值为时，*P、A*两点间的距离是（　　）

A．2 B．4 C． D．

【答案】C

【解析】

画出图像如下图所示.设是的中点，则，过作交于，连接.由于，所以平面，所以，故平面，所以，结合，证得平面.故是直线与平面所成的角.故，.设，则，在直角三角形中，利用面积公式有，解得，即，故,.

【

9．设， 且， 则在上的投影的取值范围（ ）

A． B． C． D．

【答案】D

【解析】

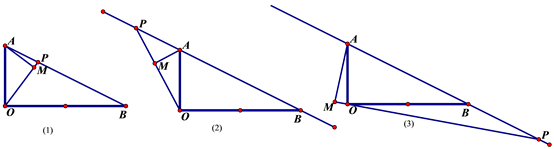
法1：因为，所以三点共线.

如图（1），当在之间时（含两点），在的投影的取值范围是；

如图（2），当在的延长线上时（不含点），在的投影的取值范围是（当接近于平行时， 在的投影无限接近于）；

如图（3），当在的延长线上时（不含点），在的投影的取值范围是（当接近于平行时， 在的投影的无限接近于）；

综上，在的投影的取值范围是.



法2：不妨设为坐标原点，，，则，也就是.而在上的投影为.令，如果，则，所以也就是，所以；当时，；当时，，所以也就是，所以.

综上，的取值范围为.

10．已知数列中（），将数列中的整数项按原来的顺序组成数列，则的值为（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】由题意得，此数列为： ， 的整数项为： ，即整数为： .其规律就是各项之间是这样递增的, ,由,解得,,故选C.

二、填空题：本大题共7小题，多空题每题6分，单空题每题4分，共36分。

11．在的展开式中，项的系数为\_\_\_\_\_\_.

【答案】16

根据题意,要得到含的项,有2种情况:  
①在中取项而中取常数项,其系数为,  
②在中取项而中取*x*项,其系数为,  
则在的展开式中,项的系数为;  
故答案为16.

12．若实数*x*，*y*满足，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_，若方程有解，则实数*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】3 

【解析】

作出题中不等式组所表示的平面区域如图中阴影部分所示内部（包含边界），

可理解为点与点连线的斜率，

由图可知当点为时，取得最大值3；

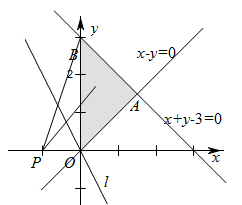
作直线，平移直线，

当过点时取得最大值，当经过原点时取得最小值0，

若方程有解，则直线与可行域有交点，

，所以．

故答案为：3；．



13．已知函数，，则不等式的解集是\_\_\_\_\_\_\_\_，方程的实数根的个数为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】 5

【解析】

解：由，得，解得.

因为方程，

即，

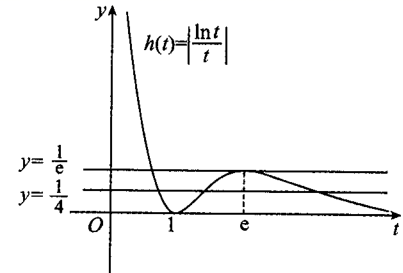
令，即，

变形整理得，

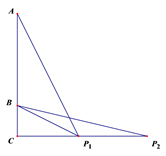
令，则所求问题为求方程的根的个数，即求与，的图象的交点的个数和.

令，则，令，即，解得，含，即，解得，所以在上单调递增，在上单调递减，所以当时，取得极大值，所以作出与，的图象如图所示，由数形结合可知共有5个实数根.

故答案为：；.



14．如图，一位同学从处观测塔顶及旗杆顶，得仰角分别为和. 后退 (单位m)至点处再观测塔顶，仰角变为原来的一半，设塔和旗杆都垂直于地面，且，，三点在同一条水平线上，则塔的高为 \_\_\_\_\_\_ m；旗杆的高为 \_\_\_\_\_\_ m.（用含有和的式子表示）



【答案】 

【解析】

设 在中， 在中，， ，即为等腰三角形，



在 中，

则

15．记为一个位正整数，其中都是正整数，，．若对任意的正整数，至少存在另一个正整数，使得，则称这个数为“位重复数”．根据上述定义，“四位重复数”的个数为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】.

【解析】

分以下两种情况讨论：

（1）四个数位上的数字全部相同，这样的四位数共有个；

（2）个位、十位、百位上的数只有一个和首位的数相同，其他数位上的两个数相同，但与首位数不同，可以将首位数字可以放在其它三个数位上任选一个位置上，另外两个数位上的数字需在其他九个数字中任选一个数即可，此时，这样的四位数共有个.

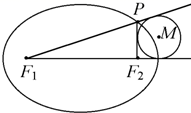
综上所述，由分类计算原理，可知“四位重复数”的个数为，故答案为.

16．已知P为椭圆上一点，F1、F2为椭圆的左、右焦点，B为椭圆右顶点，若平分线与的平分线交于点，则 　　　　　　.

【答案】

【解析】

由题意可知，是三角形的旁心，可以判断出点在直线上，故，.



17．已知函数*f*(*x*)＝ (e为自然对数的底数)，则*f*(e)＝\_\_\_\_\_\_\_\_，函数*y*＝*f*(*f*(*x*))－1的零点个数为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】1 3

【解析】

*f*(e)＝lne＝1；

函数*y*＝*f*(*f*(*x*))－1的零点个数为方程*f*(*f*(*x*))＝1的根的个数，则

①由ln *x*＝1(*x*≥1)，得*x*＝e，于是*f*(*x*)＝e，则由ln *x*＝e(*x*≥1)，得*x*＝ee；或由e*f*(|*x*|＋1)＝e(*x*<1)，得*f*(|*x*|＋1)＝1，所以ln(|*x*|＋1)＝1，解得*x*＝e－1(舍去)或*x*＝1－e；

②由e*f*(|*x*|＋1)＝1(*x*<1)，得*f*(|*x*|＋1)＝0，所以ln(|*x*|＋1)＝0，解得*x*＝0，所以*f*(*x*)＝0，只有ln *x*＝0(*x*≥1)，解得*x*＝1.

综上可知函数*y*＝*f*(*f*(*x*))－1有*x*＝ee，1－e，1共3个零点.

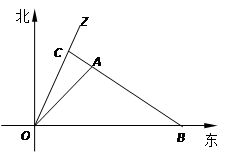
答案：1 3.

三、解答题：本大题共5小题，共74分。

18．（14分）如图所示，一科学考察船从港口出发，沿北偏东角的射线方向航行，而在离港口（为正常数）海里的北偏东角的处有一个供给科考船物资的小岛，其中,现指挥部需要紧急征调沿海岸线港口正东已知，海里处的补给船，速往小岛装运物资供给科考船，该船方向全速追赶科考船，并在处相遇．经测算当两船运行的航向与海岸线围成的三角形的面积最时，这种补给最宜．

⑴ 求关于的函数关系；

⑵ 应征调为何值处的船只，补给最适宜．



【答案】（1）；（2）.

【解析】

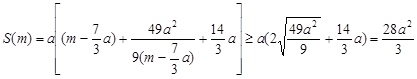
⑴以*O*为原点，*OB*所在直线为*x*轴，建立平面直角坐标系，则直线*OZ*方程为figure．

设点figure， 则figure，figure，

即figure，又figure，所以直线*AB*的方程为figure．

上面的方程与figure联立得点figure

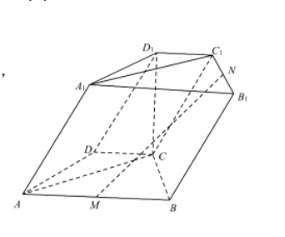
figure

⑵

当且仅当figure时，即figure时取等号，

⑵ 应征调figure为何值处的船只，补给最适宜．

19．（15分）在四棱柱中，已知底面为等腰梯形，，，*M*，*N*分别是棱，的中点



（1）证明：直线平面；

（2）若平面，且，求经过点*A*，*M*，*N*的平面与平面所成二面角的正弦值.

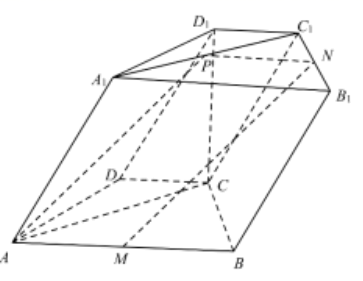
【答案】（1）证明见解析；（2）.

【解析】

（1）取的中点*P*，连结，，所以，且，

所以，且，所以是平行四边形，所以，

因为平面，所以直线平面.



（2）连结，

由己知可得，，所以为等边三角形，

所以，，所以，

即，所以，

分别以所在的直线为轴，建立如图所示的空间直角坐标系，

则，，，，，，， 所以，，

可得，，，.

设平面的法向量为，所以，即，取，解得，所以，

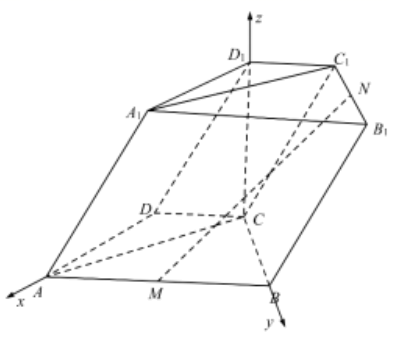
设平面的一个法向量为，，即，

取，可得 ，所以，

设平面与平面所成二面角的大小为，

所以，则

所以平面与平面所成二面角的正弦值为.



20．（15分）已知数列满足：

（1）求的通项公式

（2）求证：

【答案】（1）；（2）见解析.

【解析】（1），即，

，则，，



（2）当时，，，=+，当时，显然成立。

21．（15分）在平面直角坐标系中,为抛物线上不同的两点,且满足:,交于,点的坐标是.

(1)求抛物线的方程;

(2)过轴上一点 的直线交于,两点,在的准线上的摄影分别为,为的焦点,若,求点的坐标.

【答案】(1).(2)

【解析】

(1)由题意知且点的坐标是,得直线的斜率,

则的方程为,即,

设,,

联立消去得,,

由韦达定理,得,则,

由,得,即,整理得,解得,

所以抛物线.

(2)由(1)得抛物线的焦点,设的准线与轴的交点为,

则,,

由,得,且,得，

所以点的坐标为.

22．（15分）已知函数．

（1）求函数的极值；

（2）对于曲线上的不同两点，如果存在曲线上的点，且使得曲线在点处的切线，则称为弦的伴随直线，特别地，当时，又称为的—伴随直线．

①求证：曲线的任意一条弦均有伴随直线，并且伴随直线是唯一的；

②是否存在曲线，使得曲线的任意一条弦均有—伴随直线？若存在，给出一条这样的曲线，并证明你的结论；若不存在，说明理由．

【答案】（1）当时，的极大值为 （2） ①证明见解析 ②存在，曲线C：

【解析】

（1）

当，，函数在内是增函数

∴函数没有极值

当时，令，得．

当变化时，与变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | ＋ | 0 | － |
|  | 单调递增 | 极大值 | 单调递减 |

∴当时，取得极大值

综上，当时，没有极值

当时，的极大值为，没有极小值

（2）①设是曲线上的任意两点，要证明

有伴随切线，只需证明存在点，使得

，且点不在上

∵，即证存在，使得

即成立，且点不在上

以下证明方程在内有解

记，则

令

∴

∴在内是减函数

∴

取，则，即

同理可证

∴

∴函数在内有零点

即方程在内有解

又对于函数取，则

可知，即点Q不在上

是增函数，∴的零点是唯一的

即方程在内有唯一解

综上，曲线上任意一条弦均有伴随切线，并且伴随切线是唯一的

②取曲线C：，则曲线的任意一条弦均有伴随切线

证明如下：设是曲线C上任意两点

则

又



即曲线C：的任意一条弦均有伴随切线

所以曲线方程为满足条件