**2021年2月宁海中学创新班测试卷**

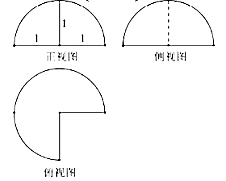
1. 已知集合，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

2. 复数（为虚数单位）的共轭复数是（ ）

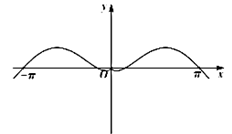
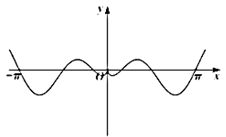
A.  B.  C.  D. 

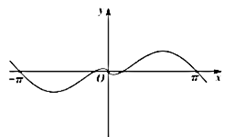
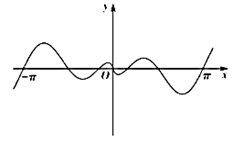
3. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是（ ）



A.  B.  C.  D. 

4. 函数的图像可能是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

5. 若实数，满足约束条件，则的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

6. 小智参加三分投篮比赛，投中1次得1分，投不中扣1分，已知小智投篮命中率为0.5，记小智投篮三次后的得分为随机变量，则为（ ）

A.  B.  C.  D. 3

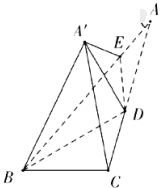
7. 已知数列为等差数列，则“为有理数”是“数列中存在有理数” （ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知平面向量，满足，，且，则的最小值是（ ）

A.  B.  C.  D. 

9. 如图，在中，，，点为线段上一点，将绕翻折，若在翻折过程中存在某位置，使得，记为的最小值.则（ ）



A.  B. 

C.  D. 

10. 记（为自然对数的底数），若对任意，存在不等实数，使得，则满足条件的整数的个数是（ ）

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

11. 早在两千多年前，我国的墨子给出了圆的定义“一中同长也”已知为坐标原点，，若，的“长”分别为1，，且两圆相切，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

12. 二项式的展开式中有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_项有理项；这些项的系数之和是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13. 在中，角，，所对的边分别为，，，若，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_；的面积是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14. 若定义在上的偶函数满足，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_﹔若实数，满足，设函数，则在上最少有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_个零点.

15. 已知椭圆的左，右焦点分别为，，点为直线上的一个动点（不在坐标轴上），则当的最大值为时，椭圆的离心率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16. 如图，在的点阵中，依次随机地选出，，三个点，则选出的三点满足的概率是的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；单调递增区间是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

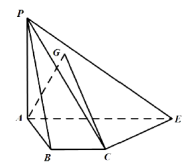


18. 已知函数.

（1）求函数的振幅与单调区间；

（2）在中，为锐角，满足，若，求.

19. 如图，已知四棱锥中，平面，平面平面，且，，，点在平面内的射影恰为的重心.



（1）证明：；

（2）求直线与平面所成角的正弦值.

20. 已知数列满足：，.

（Ⅰ）求数列的通项公式；

（Ⅱ）若数列满足数列前项和为，求数列的前项和.

21. 已知椭圆的离心率为，过作斜率为的直线交椭圆于，两点，，，互不重合.

（Ⅰ）对于给定的，若，求的取值范围（星空专用）（用表示）；

（Ⅱ）对于给定的满足（且），当（为坐标原点）的面积最大时，求椭圆的标准方程（用表示）.

22. 已知函数，.

（Ⅰ）若，是的两个根，证明：；

（Ⅱ）若存在，使，求的取值范围.

**2021年2月宁海中学创新班测试卷**

1-5：DBADA 6-10：BABCD

11. 1 12. 3，225 13. 4， 14. 所以至少2个零点

15. 设到轴的距离为，

则，解得：.

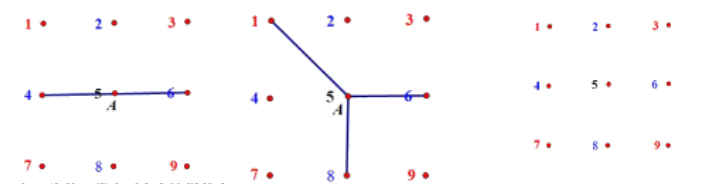
16. 由题意可知，，三个点是有序的，从反面的角度做，讨论的是为主元，

故对分三种情况讨论，如图：第一类为5号点；第二类为1，3，7，9号点；

第三类为2，4，6，8号点；

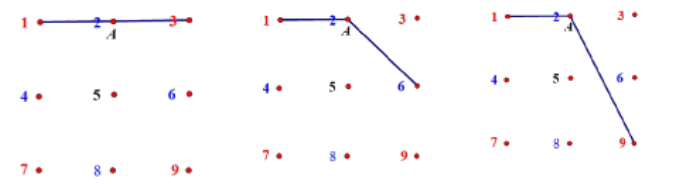
（1）当为5号点时，则（i），三点共线有四条直线，故，

（ii），则，如在1号位，和即，共有，共有种.

'

（2）当为第二类点不存在这样的点；

（3）当为第三类点，以2号点为例，有三种图示



故有，综上共有64中，故.答案填：.

18.（1）解：三角函数性质

因为，

即的振幅为2，∵，∴，

所以的递增区间为，递减区间为.

（2）解：三角函数化简

∵，∴，

∴或，所以或，

∵为锐角，∴，∵，∴，∴，

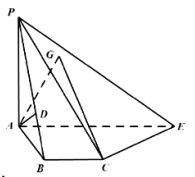
∴，∴，∴，∴，

∴



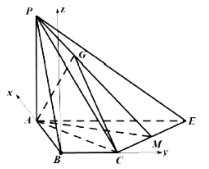
.

19. 解：（1）过作于，因为平面平面，平面平面，平面，所以平面，∴.因为平面，所以，，所以平面，∴.



（2）连结并延长交于，连结.以为原点，分别以，所在的直线为，轴，以过且与平面垂直的直线为轴，建立空间直角坐标系，如图所示，则，，，设，∵平面，∴，同理，∴，∴平面，∴，∵是的重心，∴是的中点，∴，由（1）知，，∴，∴，，∴，∴，∴，设，则，故，∴，，

∴，∴，∴，∴，，，设平面的法向量为，则，，令，则，设直线与平面所成角为，则，故直线与平面所成角的正弦值为.



20. 解：（Ⅰ）∵，，

∴当时，，∴，

又，∴，

两式作商，有，所以数列隔项成以4为公比的等比数列.

∴.

（Ⅱ）由已知数列前项和为.

∴，∴.

两式相减得，，∴，

∴.

21.（Ⅰ）解：，可设椭圆方程为，直线的方程为：，与椭圆联立方程可得：.①，

，，进一步计算可得：.由②.

当时，由，由，所以，

所以；

当时，①桓成立，由，所以.

（Ⅱ）解：，结合，可解得：

，，

再将其代入可得.

，

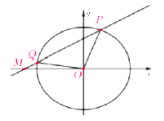
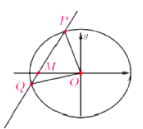
当时，，有最大值；

当，由（Ⅰ）知：由，

（i）当时，即时，无最大值；

（ii）当时，即，有最大值.

综上当时有最大值，此时，将代入，解得，所以椭圆的方程为：.



22. 解1：（分类讨论）

（Ⅰ）由题，是的两个根，则，同理，则，易知，，

展开化简得：.

（Ⅱ）若存在，使，

因为，，

所以，，

当时，，在上单调递增，，

所以在上单调递增，，不满足题意.

当时，则在上，在上，

所以在上单调递增，在上单调递减，

又，在上，从而在上单调递增，

又，所以在上.

而当时，，

所以存在，使.

当时，则，在上单调递减，，

所以在上单调递减，，不满足题意.

综上所述：.

解2：（参变量分离）

由题有变号的零点，令，，

则，令，

则.

则在上单调递增，，故.

则在上单调递增.

而，

.