

台州市 2021 年 4 月高三年级调考试题

数 学

2021.04

命题：陈 勇(台州一中) 冯海容(北师大附中)

审题：王 强(三门中学)

本试题卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

参考公式：

柱体的体积公式： $V = Sh$

其中 S 表示柱体的底面积， h 表示柱体的高

锥体的体积公式： $V = \frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积， h 表示锥体的高

台体的体积公式： $V = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$ 其中 S_1 、 S_2 分别表示台体的上、下底面积， h 表示台体的高

球的表面积公式： $S = 4\pi R^2$

球的体积公式： $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ，其中 R 表示球的半径

选择题部分（共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | -2 < x < 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x | -2 < x < 2\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{0, 1\}$

2. 已知直线 $l_1: x - 2y - 2 = 0$, $l_2: x - 2y - 1 = 0$, 则直线 l_1, l_2 之间的距离为

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\sqrt{5}$

3. 已知 i 为虚数单位，若复数 z 满足 $z \cdot (1 + 2i) = 2 - i$, 则 $|z| =$

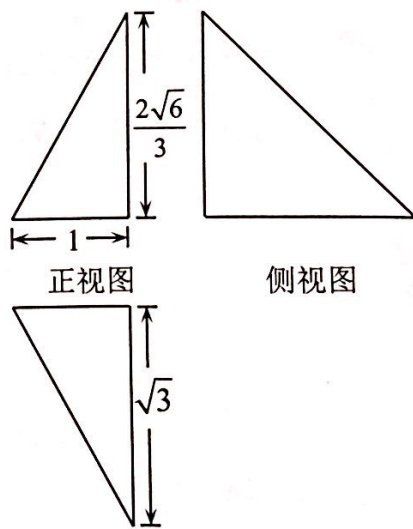
- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. 1 C. 2 D. $\sqrt{5}$

4. 若 $x, y \in \mathbf{R}$, 则“ $x < |y|$ ”是“ $x^2 < y^2$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{3}{4}\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$



(第 5 题图)

6. 若函数 $f(x) = x + \frac{a}{x} - 1$ 在 $(0, 2)$ 上有两个不同的零点，则 a 的取值范围是

- A. $[-2, \frac{1}{4}]$ B. $(-2, \frac{1}{4})$ C. $[0, \frac{1}{4}]$ D. $(0, \frac{1}{4})$



7. 已知 $m, n \in (0, 1)$, 离散型随机变量 ξ 的分布列如下表:

ξ	0	$3m$	2
P	m	$\frac{5}{12}$	n

若 $P(\xi \leq \frac{1}{2}) = \frac{1}{3}$, 则 $E\xi =$

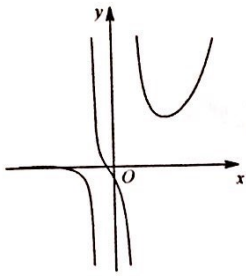
A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{5}{12}$

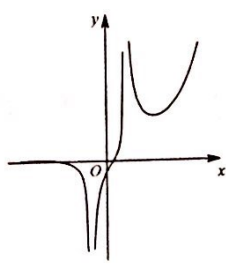
C. $\frac{11}{12}$

D. $\frac{9}{5}$

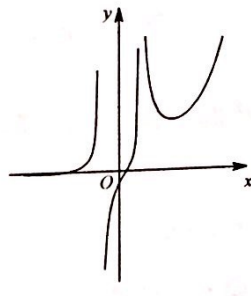
8. 函数 $f(x) = \frac{\cos(x-2) + e^x}{x^2 - 1}$ (e 是自然对数的底数, $e \approx 2.71828\dots$) 的图象可能是



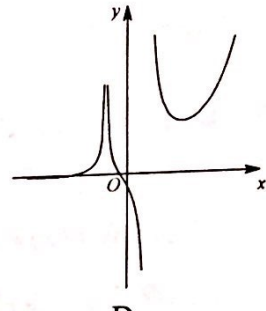
A



B



C



D

9. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, 若 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 4$, $|2\vec{c} - 3\vec{a}| = 1$, 则 \vec{c} 在 \vec{b} 方向上投影的最小值为

A. $2\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3} - 1$

C. $\frac{5}{2}$

D. 2

10. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 实数 x, y 满足 $y = ax^2 + \ln x$, 则

A. 当 $a > 0$ 时, 存在实数 b , 使得 $|x + y - b|$ 既有最大值, 又有最小值

B. 当 $a > 0$ 时, 对于任意的实数 b , $|x + y - b|$ 有最大值, 无最小值

C. 当 $a < 0$ 时, 存在实数 b , 使得 $|x + y - b|$ 既有最大值, 又有最小值

D. 当 $a < 0$ 时, 对于任意的实数 b , $|x + y - b|$ 无最大值, 有最小值

非选择题部分 (共 110 分)

二、填空题: 本大题共 7 小题, 共 36 分。多空题每小题 6 分; 单空题每小题 4 分。

11. 已知函数 $f(x) = 3^x - 3^{-x} + 2$, 则 $f(1) = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$; 若 $f(m) = 2$, 则实数 $m = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

12. 已知多项式 $(m + x^2)(m - x)^2 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$, 若 $a_0 = 8$, 则实数 $m = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$, $a_3 = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线与直线 $2x + y - 1 = 0$ 垂直, 则双曲线 C 的离心率为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$; 若点 $P(2\sqrt{2}, 1)$ 在双曲线 C 上, 则 $b = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

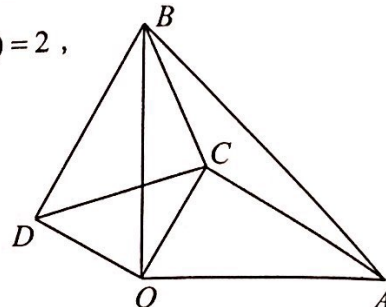


14. 若排一张有三首歌曲和三支舞蹈的演出节目单, 共有 \blacktriangle 种不同的排法 (用数字作答), 其中恰有两首歌曲相邻的概率为 \blacktriangle .

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $na_{n+1} - (n+1)a_n = 1 (n \in \mathbf{N}^*)$, $a_3 = 2$, 则 $a_{2021} = \blacktriangle$.

16. 已知 $x, y \in (0, +\infty)$, $\alpha \in \mathbf{R}$, 若 $(x - y + \sin^2 \alpha + 1)(x + 3y - 2\sin^2 \alpha) = 2$, 则 $3x + y$ 的最小值为 \blacktriangle .

17. 如图, 平面内 $\triangle AOB, \triangle COD$ 均为等腰直角三角, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$, $OA = 2, OC = 1$, 点 C 在 $\triangle AOB$ 的内部 (不包括边界), $\triangle ACB, \triangle BOD$



(第 17 题图)

的面积分别记作 S_1, S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2}$ 的取值范围为 \blacktriangle .

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 74 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

18. (本题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(II) 若 $f(\alpha) = \frac{8}{5}, \alpha \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

19. (本题满分 15 分)

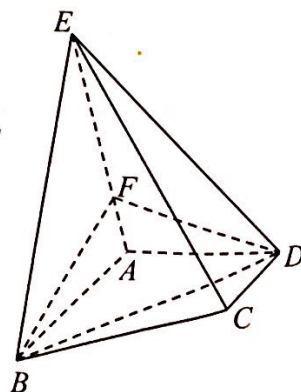
如图, 四棱锥 $E-ABCD$ 中, $AB \parallel CD, AB \perp AD, AD = CD = \frac{1}{2}AB = 1, EC = 2$,

$\triangle EAB$ 为正三角形.

(I) 求证: $AD \perp EB$;

(II) 若在线段 EA 上有点 F , 使得点 F 到平面 $ABCD$ 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$,

求直线 CE 与平面 FBD 所成角的正弦值.



(第 19 题图)



20. (本题满分 15 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , $2S_n = 3a_n - 2n, n \in \mathbf{N}^*$. 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, $b_1 = a_1$, $b_4 = a_2$.

(I) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $c_n = \begin{cases} \frac{1}{2}, & n=1, \\ \frac{1}{a_n - b_n}, & n \geq 2, \end{cases}$ 求证: $c_1 + c_2 + \dots + c_n < \frac{11}{12}, n \in \mathbf{N}^*$.

21. (本题满分 15 分)

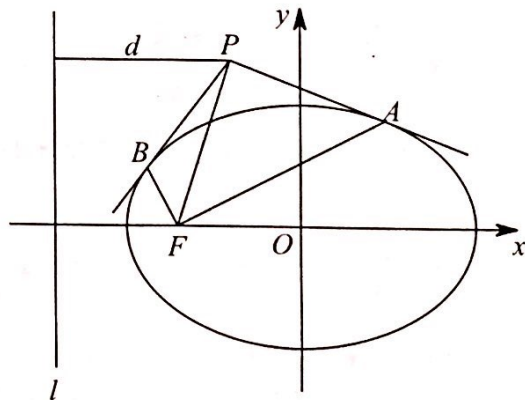
已知点 F 为椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的左焦点, 记点 P 到直线 $l: x = -2$ 的距离为 d , 且 $d = |PF|$.

(I) 求动点 P 的轨迹方程;

(II) 过点 P 作椭圆 C 的两条切线 PA, PB , 设切点分别为 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 连接 AF, BF .

(i) 求证: 直线 PA 的方程为 $x_1x + 2y_1y - 2 = 0$;

(ii) 求证: $AF \perp FB$.



(第 21 题图)

22. (本题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = a(\ln x + \frac{1}{x}) + 2x - x^2$.

(I) 若 $0 < a < 2$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若存在实数 $a \in [1, +\infty)$, 使得 $f(x) + f'(x) \leq 2$ 对于任意的 $x \geq m$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.



台州市 2021 年 4 月高三年级调考试题

数学参考答案及评分标准 2021.04

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	B	D	D	C	A	C	D

二、填空题:本大题共 7 小题,多空题每小题 6 分,单空题每小题 4 分,共 36 分。

11. $\frac{14}{3}, 0$ 12. 2, -4 13. $\frac{\sqrt{5}}{2}, 1$ 14. 720, $\frac{3}{5}$

15. 2020 16. 2 17. $[\sqrt{3}-1, +\infty)$

三、解答题:本大题共 5 小题,共 74 分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤。

18. (本题满分 14 分)

解: (I) $f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \sin(x + \frac{\pi}{6})$,4 分

令 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$,

得 $-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$,

$\therefore f(x)$ 的单调增区间为 $[-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi], k \in \mathbf{Z}$;7 分

(II) $f(\alpha) = \frac{8}{5}$, 即 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{4}{5}$,

$\alpha \in [\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$, $\alpha + \frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{3}, \pi]$,

又 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{4}{5} < \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$,

所以 $\alpha + \frac{\pi}{6} \in [\frac{2\pi}{3}, \pi]$, 得 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{6}) = -\frac{3}{5}$,11 分

$\therefore \sin \alpha = \sin((\alpha + \frac{\pi}{6}) - \frac{\pi}{6}) = \sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) \cos \frac{\pi}{6} - \cos(\alpha + \frac{\pi}{6}) \sin \frac{\pi}{6}$

$= \frac{4\sqrt{3} + 3}{10}$14 分

(若最后答案为 $\frac{4\sqrt{3} \pm 3}{10}$, 给 13 分; 若答案为 $\frac{4\sqrt{3} - 3}{10}$, 给 12 分)

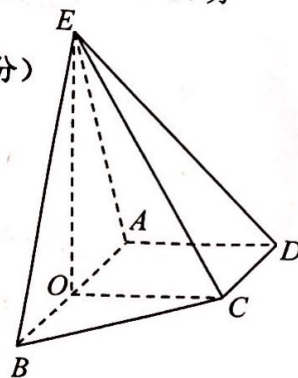
19. (本题满分 15 分)

解: (I) 取 AB 中点 O , 连接 OC, OE ,

$AB \parallel CD, AB \perp AD, CD = OA = 1$,

则四边形 $OCD A$ 为矩形,3 分

又 $\triangle EAB$ 为正三角形, 所以 $EO \perp AB, EO = \sqrt{3}$,



(第 19 题图)



$OC=1, EC=2, EC^2=EO^2+OC^2$, 所以 $EO \perp OC$,

又 $AB \cap EO=O$, 所以 $OC \perp$ 平面 EAB ,

所以 $OC \perp EB$,

又 $OC \parallel AD$, 所以 $AD \perp EB$;

.....7分

(II) 由(I)知 $OE \perp OC, OE \perp AB$, 故 $OE \perp$ 平面 $ABCD$,

$OE=\sqrt{3}$, 点 F 到平面 $ABCD$ 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 所以 $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$,

如图, 以 O 为原点, OB, OC 所在直线为 x 轴, y 轴, 建立空间直角坐标系 $O-xyz$,

则 $A(-1,0,0), B(1,0,0), C(0,1,0), D(-1,1,0), E(0,0,\sqrt{3})$,

.....10分

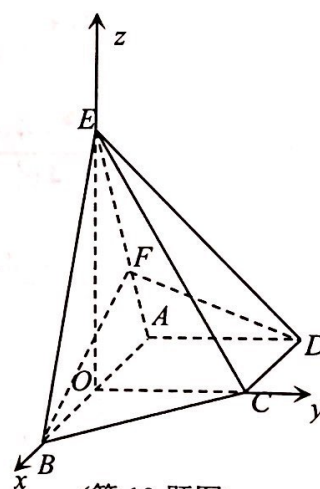
由 $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$, 可得 $F(-\frac{2}{3}, 0, \frac{\sqrt{3}}{3})$,

$\overrightarrow{BF} = (-\frac{5}{3}, 0, \frac{\sqrt{3}}{3}), \overrightarrow{BD} = (-2, 1, 0)$,

设平面 BDF 的一个法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$,

$$\text{由 } \begin{cases} \overrightarrow{BF} \cdot \vec{n} = 0, \\ \overrightarrow{BD} \cdot \vec{n} = 0, \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} 5x - \sqrt{3}z = 0, \\ 2x - y = 0, \end{cases}$$

可取 $\vec{n} = (1, 2, \frac{5\sqrt{3}}{3})$,



(第19题图)

.....13分

$\overrightarrow{CE} = (0, -1, \sqrt{3})$, 设 EC 与平面 FBD 所成角为 θ ,

$$\text{则 } \sin \theta = \frac{|\overrightarrow{CE} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{CE}| |\vec{n}|} = \frac{3}{2\sqrt{\frac{40}{3}}} = \frac{3\sqrt{30}}{40},$$

所以直线 CE 与平面 FBD 所成角的正弦值为 $\frac{3\sqrt{30}}{40}$.

.....15分

20. (本题满分15分)

解: (I) $2a_1 = 3a_1 - 2, a_1 = 2,$

$n \geq 2$ 时, $2S_n = 3a_n - 2n, 2S_{n-1} = 3a_{n-1} - 2(n-1),$

得 $a_n = 3a_{n-1} + 2,$



$$a_n+1=3(a_{n-1}+1),$$

所以 $\{a_n+1\}$ 是等比数列, $a_1+1=3, a_n=3^n-1$,5分

等差数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1=a_1=2, b_4=a_2=8$,

所以公差 $d=2, b_n=2n$;8分

(II) 解答一:
$$c_n = \begin{cases} \frac{1}{2}, & n=1, \\ \frac{1}{3^n-2n-1}, & n \geq 2, \end{cases}$$

$n \geq 2$ 时, 由 $3^n - 3^{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1} > 2n+1$,

得 $3^n - 2n - 1 > 3^{n-1} > 0$,

所以 $c_n = \frac{1}{3^n - 2n - 1} < \frac{1}{3^{n-1}}$,12分

当 $n \geq 3$ 时, $c_1 + c_2 + \dots + c_n < \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}}$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{\frac{1}{9}[1 - (\frac{1}{3})^{n-2}]}{1 - \frac{1}{3}} < \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{11}{12}; \quad \text{.....14分}$$

当 $n=1$ 时, $c_1 = \frac{1}{2} < \frac{11}{12}$,

当 $n=2$ 时, $c_1 + c_2 = \frac{3}{4} < \frac{11}{12}$,

所以对于任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, $c_1 + c_2 + \dots + c_n < \frac{11}{12}$15分

解答二:
$$c_n = \begin{cases} \frac{1}{2}, & n=1, \\ \frac{1}{3^n-2n-1}, & n \geq 2, \end{cases}$$

$n \geq 2$ 时, $c_n = \frac{1}{3^n - 2n - 1}, c_{n+1} = \frac{1}{3^{n+1} - 2n - 3}$,

$$\frac{c_{n+1}}{c_n} = \frac{3^n - 2n - 1}{3^{n+1} - 2n - 3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3^n - 2n - 1}{3^n - \frac{2}{3}n - 1} < \frac{1}{3},$$

所以 $c_{n+1} < \frac{1}{3}c_n$,12分

$n \geq 3$ 时, $c_n < \frac{1}{3}c_{n-1} < \frac{1}{3^2}c_{n-2} < \dots < \frac{1}{3^{n-2}}c_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3^{n-2}}$,



所以当 $n \geq 3$ 时,

$$\begin{aligned}c_1 + c_2 + \cdots + c_n &< \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^{n-2}}\right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{1 - \frac{1}{3}} < \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{7}{8} < \frac{11}{12} \quad \dots\dots\dots 14 \text{ 分}\end{aligned}$$

当 $n=1$ 时, $c_1 = \frac{1}{2} < \frac{11}{12}$,

当 $n=2$ 时, $c_1 + c_2 = \frac{3}{4} < \frac{11}{12}$,

所以对于任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, $c_1 + c_2 + \cdots + c_n < \frac{11}{12}$. \dots\dots\dots 15 分

21. (本题满分 15 分)

解: (I) 设点 $P(x, y)$,

由 $d = |PF|$, $|x+2| = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$, \dots\dots\dots 3 分

化简得 $y^2 = 2x + 3$,

所以点 P 轨迹方程为 $y^2 = 2x + 3$; \dots\dots\dots 7 分

(II) (i) 点 $A(x_1, y_1)$ 在椭圆 C 上, 得 $x_1^2 + 2y_1^2 - 2 = 0$,

所以直线 $x_1x + 2y_1y - 2 = 0$ 经过点 $A(x_1, y_1)$,

由
$$\begin{cases} x_1x + 2y_1y - 2 = 0, \\ x^2 + 2y^2 - 2 = 0, \end{cases}$$

消去 y , 得 $(2y_1^2 + x_1^2)x^2 - 4x_1x + 4 - 4y_1^2 = 0$,

又 $x_1^2 + 2y_1^2 - 2 = 0$

得 $2x^2 - 4x_1x + 2x_1^2 = 0$,

由 $\Delta = (-4x_1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2x_1^2 = 0$,

直线 $x_1x + 2y_1y - 2 = 0$ 与椭圆只有一个公共点,

所以直线 PA 方程为 $x_1x + 2y_1y - 2 = 0$; \dots\dots\dots 10 分

(ii) 设点 $P(x_0, y_0)$, 由(i)知直线 PA 方程为 $x_1x + 2y_1y - 2 = 0$,

同理, 直线 PB 方程为 $x_2x + 2y_2y - 2 = 0$,

得
$$\begin{cases} x_1x_0 + 2y_1y_0 - 2 = 0, \\ x_2x_0 + 2y_2y_0 - 2 = 0, \end{cases}$$
 所以直线 AB 方程为 $x_0x + 2y_0y - 2 = 0$,



当 $y_0 \neq 0$ 时, 由 $\begin{cases} x_0x + 2y_0y - 2 = 0, \\ x^2 + 2y^2 - 2 = 0, \end{cases}$

得 $(x_0^2 + 2y_0^2)x^2 - 4x_0x + 4(1 - y_0^2) = 0,$

$x_1 + x_2 = \frac{4x_0}{x_0^2 + 2y_0^2}, x_1x_2 = \frac{4(1 - y_0^2)}{x_0^2 + 2y_0^2},$ 12分

$\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} = (x_1 + 1, y_1) \cdot (x_2 + 1, y_2) = (x_1 + 1)(x_2 + 1) + y_1y_2$

$= x_1x_2 + (x_1 + x_2) + 1 + \frac{1}{y_0^2} [1 - \frac{x_0}{2}(x_1 + x_2) + \frac{x_0^2}{4}x_1x_2]$

$= (1 + \frac{x_0^2}{4y_0^2})x_1x_2 + (1 - \frac{x_0}{2y_0^2})(x_1 + x_2) + 1 + \frac{1}{y_0^2},$

$= (\frac{x_0^2 + 4y_0^2}{4y_0^2}) \frac{4(1 - y_0^2)}{x_0^2 + 2y_0^2} + (\frac{2y_0^2 - x_0}{2y_0^2}) \frac{4x_0}{x_0^2 + 2y_0^2} + \frac{y_0^2 + 1}{y_0^2},$

$= \frac{(1 - y_0^2)(x_0^2 + 4y_0^2) + 2x_0(2y_0^2 - x_0) + (y_0^2 + 1)(x_0^2 + 2y_0^2)}{y_0^2(x_0^2 + 2y_0^2)},$

$= \frac{2y_0^2(3 - y_0^2 + 2x_0)}{y_0^2(x_0^2 + 2y_0^2)},$

又 $y_0^2 = 2x_0 + 3,$

所以 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{FB} = 0;$

.....14分

当 $y_0 = 0$ 时, 直线 AB 方程为 $x = -\frac{4}{3}, A(-\frac{4}{3}, \frac{1}{3}), B(-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}),$

$\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} = (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}) \cdot (-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}) = 0, AF \perp FB;$

综上, $AF \perp FB.$

.....15分

22. (本题满分 15 分)

解: (I) $f(x)$ 定义域为 $x \in (0, +\infty),$

$f'(x) = a(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}) + 2 - 2x = -\frac{(x-1)(2x^2 - a)}{x^2},$

$= -\frac{2(x-1)(x + \sqrt{\frac{a}{2}})(x - \sqrt{\frac{a}{2}})}{x^2},$

.....4分



当 $0 < a < 2$ 时, 令 $f'(x) > 0$, 得 $\sqrt{\frac{a}{2}} < x < 1$,

所以 $f(x)$ 的增区间为 $(\sqrt{\frac{a}{2}}, 1)$, 减区间为 $(0, \sqrt{\frac{a}{2}})$, $(1, +\infty)$;7分

(II) $f(x) + f'(x) \leq 2$, 即 $a \ln x + \frac{2a}{x} - \frac{a}{x^2} - x^2 \leq 0$,

即存在 $a \in [1, +\infty)$, 使得 $\frac{1}{x^2} (\ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}) \leq \frac{1}{a}$,

故 $\frac{1}{x^2} (\ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}) \leq 1$ 对于任意的 $x \geq m$ 恒成立,

即 $\ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} - x^2 \leq 0$,10分

令 $g(x) = \ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} - x^2$,

即 $g(x) \leq 0$ 对于任意的 $x \geq m$ 恒成立,

$g'(x) = \frac{x^2 - 2x + 2 - 2x^4}{x^3} = -\frac{2x^4 - x^2 + 2x - 2}{x^3}$,

设 $h(x) = 2x^4 - x^2 + 2x - 2$,

$h'(x) = 8x^3 - 2(x-1)$,

当 $0 < x < 1$ 时, $h'(x) > 0$,

$h(x) = 2x^4 - x^2 + 2x - 2$ 在 $(0, 1)$ 单调递增,

又 $h(0) < 0, h(1) > 0$,

所以存在唯一的 $x_0 \in (0, 1)$, 使得 $h(x_0) = 0$,

当 $x \in (x_0, 1)$ 时, $h(x) > 0$, 则 $g'(x) < 0$, $g(x)$ 是减函数,

所以 $g(x) > g(1) = 0$, 不符合题意,

所以 $m \geq 1$,13分

下证当 $x \geq 1$ 时, $g(x) \leq 0$ 恒成立,

$2x^4 - x^2 + 2x - 2 = x^2(2x^2 - 1) + 2(x-1) > 0$,

所以 $g'(x) = -\frac{2x^4 - x^2 + 2x - 2}{x^3} < 0$,

即 $g(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减, $g(x) \leq g(1) = 0$

综上, $m \geq 1$15分

