**2021学年第一学期杭州市高三年级教学质量检测**

**数学试题卷**

选择题部分（共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合，，若，则*a=*（ ）

A．4 B．3 C．2 D．1

2．设，i为虚数单位，则“”是“复数为纯虚数”的（ ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

3已知*m*，*n*是两条不判的直线，，，是三个不同的平面，（ ）

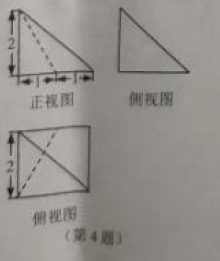
A．若，，，则

B．若，，，则

C．若，，，则

D．若，，，，则

4．某四棱锥的三视图如图所示，则它的体积等于（ ）



A．2 B．3 C．4 D．5

5．已知实数*x*，*y*满足不等式组则的最大值为（ ）

A．5 B．4 C．-4 D．-7

6．设函数（），则（ ）

A．对任意，函数是奇函数

B．存在，使函数是偶函数

C．对任意，函数的图象是中心对称图形

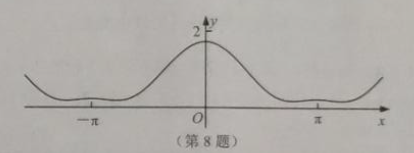
D．存在，使函数的图象是轴对称图形

7．设，，则（ ）

A． B．

C． D．

8．设函数的图象如图所示，则的解析式可能是（ ）



A． B．

C． D．

9．在正四面体*ABCD*中，*P*，*Q*分别是棱*AB*，*CD*的中点，*E*，*F*分别是直线*AB*，*CD*上的动点，*M*是*EF*的中点，则能使点*M*的轨迹是圆的条件是（ ）

A． B．

C． D．

10．若数列满足，则下列说法错误的是（ ）

A，存在数列使得对任意正整数*p*，*q*都满足

B．存在数列使得对任意正整数*p*，*q*都满足

C．存在数列使得对任意正整数*p*，*q*都满足

D．存在数列使得对任意正整数*p*，*q*部满足

非选择题部分（共110分）

二、填空题：本大题共7小题，多空题每题6分，单空题每题4分，共36分．

11．\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_．

12．函数在点处的切线方程是\_\_\_\_\_\_．

13．一只口袋里有6只除了颜色以外都一样的小球，其中有蓝色小球*m*只，其余都是红色小球，若在从口袋中随机摸出2只小球，已知只有1只蓝色小球的概率是，则*m=*\_\_\_\_\_\_；若从口袋中随机取出3个球，则红色小球的个数期望为\_\_\_\_\_\_．

14、若（）且，则*n=*\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_．

15．已知在中，点*D*在*BC*边上，若，，，，则\_\_\_\_\_\_，*BC=*\_\_\_\_\_\_．

16．已知正实数*x*，*y*满足，则的最小值是\_\_\_\_\_\_．

17．已知向量，，，，...（）是两两互不相等的平面向量，，，（其中，2；，2，...，*k*）．若*k*的最大值是8，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

三、解答题：本大题共5小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

18．（本题满分14分）

已知函数．

（1）求的单调递增区间：

（2）若，且，求的值．

19．（本题满分15分）

设函数（），满足，且对任意实数*x*均有．

（1）求的解析式；

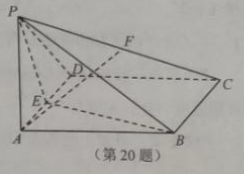
（2）当时，若是单调函数，求实数*k*的取值范围．

20．（本题满分15分）

在四棱锥中，底面*ABCD*为菱形，，平面*ABCD*，，，*E*，*F*分别为*AD*，*PC*的中点．

（1）求证：；

（1）求直线*AF*和平面*PBE*所成角的正弦值．



21．（本题满分15分）

设数列的各项均为正数，前*n*项和为，满足（，，，，，，*c*为常数）．

（1）若，，求的通项公式；

（2）若，证明为等差数列．

22．（本题满分15分）

已知函数（）

（1）当时，求函数的单调区间：

（2）设函数的定义域为*A*，对任意实数，都存在实数，使得成立，求实数*a*的取值集合．

**2021学年第一学期杭州市高三年级教学质量检测**

**数学参考答案及评分标准**

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| B | C | B | A | A | C | D | C | D | C |

二、填空题：本大题共7小题，多空题每题6分，单空题每题4分，共36分．

11．4；2 12． 13．3， 14．6，63

15．， 16． 17．

三、解答题：本大题共5小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

18．（本题满分14分）

解（I）因为，

由题意，得，，

即，，

所以的单调递增区间为，．

（II）因为，则，

由（I）知，，所以，

所以．

19．（本题满分15分）

解（1）∵，∴．即，

因为任意实数*x*，恒成立，则

且，∴，，

所以．

（2）因为，

设，要使在上单调，只需要

或或或，

解得或，所以实数*k*的取值范围．

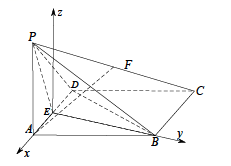
20．（本题满分15分）

证明（I）连接*BD*，因为为正三角形，则，

因为平面*ABCD*，所以，

所以平面*PAD*，又因为平面*PAD*，

所以．



（II）建立如图所示的空间直角坐标系．

易知，，，，，

所以，

所以，，．

设平面*PBE*的法向量为，

则，即，取．

设直线*AF*和平面*PBE*所成角为，

所以．

21．（本题满分15分）

解（1）由，得，，

两式相减得，整理得．

因为，所以，即数列是公差为2的等差数列，

由，解得，

所以的通项公式为．

（2）由条件知，，成等差数列，设它们的公差为*d*，

由，得，

所以，①

，②

，③

②－①得，即，④

③－②得，即，⑤

⑤－④得，由于显然不合题意，

所以，代入④解得，

所以，，

上述两式相减得，

因为，∴，

所以当时，数列为等差数列．……．．15分

22．（本题满分15分）

（1）当时，，，

所以，令，则，

所以在内单调递减，在内单调递增，

所以，所以，

所以函数的单调增区间为，．

（2）因为存在实数，使得任意实数*x*有成立，

即在上恒成立．

当时，可化为，

令，，

，，令，

则，

①时，因为，所以函数在时单调递减，

，即，从而函数在时单调递增，

故，满足题意．

②当时，，

由，记，

则当时，，故，

所以函数在时单调递增，，

即，函数在时单调递减，所以，

所以不成立．

所以当，恒成立时，；

同理，当时，可化为，

令，，

，，

令，则，

①当时，，函数在时单调递增，，

即，从而函数在时单调递增，故，满足题意；

②当时，

（i）若，必有，即在时单调递减，

所以，不成立；

（ii）若，则，所以当时，，

故函数在时单调递减，，即，

所以函数在时单调递减，

所以此时，不成立；

所以当，恒成立时，；

综上所述，实数*a*的取值集合为．

另解：

（1）当时，可变量分离为，

由对数均值不等式：得，

所以，所以．

（2）当时，可变量分离为，

由对数均值不等式：得，

所以，所以．

由（1），（2）可知实数*a*的取值集合为．