**杨府山高复学校数学基础巩固练习答案**

**满分：150分 考试时间：120分钟**

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】计算出集合、后，借助交集定义即可得.

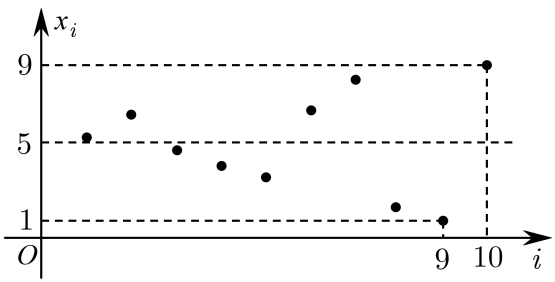
【详解】由，可得，即，

由，

故.

故选：D.

2. 如图，一组数据，的平均数为5，方差为，去除，这两个数据后，平均数为，方差为，则（ ）



A ， B. ， C. ， D. ，

【答案】D

【解析】

【分析】根据题中数据结合平均数的定义运算求解，并根据方差的意义理解判断.

【详解】由题意可得：，则，

故，

∵是波幅最大的两个点的值，则去除，这两个数据后，整体波动性减小，故.

故选：D.

3. 已知，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据诱导公式，结合余弦二倍角公式进行求解即可.

【详解】，

故选：C

4. 设，，，则*a*，*b*，*c*的大小关系为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】首先将对数式和指数式与临界值比较，再判断大小关系.

【详解】，即，，即，

因为，所以，即，

且，则，

所以.

故选：D

5. 在中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别是*a*，*b*，*c*，已知，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】借助正弦定理结合题目所给条件可将所有边长的关系计算出来，再利用余弦定理代入计算即可得解.

【详解】由，则，

则，即，

则，

故.

故选：A.

6. 甲、乙、丙3人站到共有6级的台阶上，同一级台阶上的人不区分站的位置，则不同的站法种数是（ ）

A. 156 B. 210 C. 211 D. 216

【答案】D

【解析】

【分析】共有三种情况，3人站一个台阶，或2人站一个台阶另1人站另一个台阶，或3人各站一个台阶，然后根据分类计数加法原理即可求解．

【详解】若三人站在一个台阶上，有种站法，

若三人站在两个台阶上，有种站法，

若三人站在三个台阶上，有种站法，

所以，一共有种站法.

故选：D.

7. 一个人骑自行车由地出发向正东方向骑行了到达地，然后由地向南偏东方向骑行了到达地，再从地向北偏东方向骑行了到达地，则两地的距离为（ ）

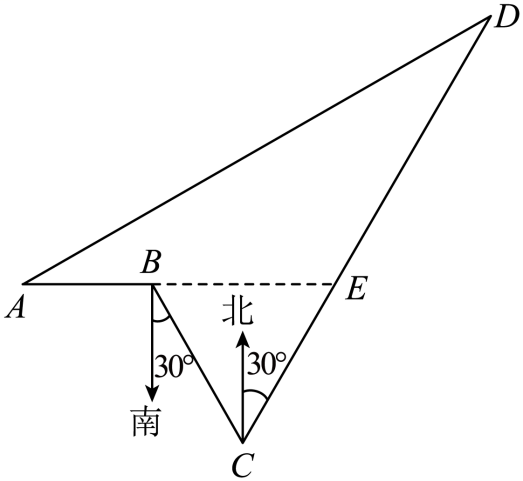
A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据给定条件，作出几何图形，延长*AB*交*CD*于点*E*，再利用余弦定理求解作答.

【详解】如图，，延长*AB*交*CD*于点*E*，则，



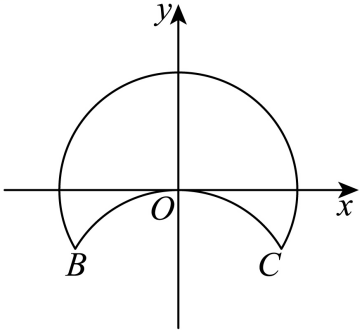
因此是正三角形，，于是，

在中，由余弦定理得，

所以两地的距离为.

故选：B

8. 如图，的半径等于2，弦*BC*平行于*x*轴，将劣弧*BC*沿弦*BC*对称，恰好经过原点*O*，此时直线与这两段弧有4个交点，则*m*的可能取值为（ ）



A.  B.  C.  D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】由题意，分别求出直线过点以及与劣弧相切时的值，再结合图形，即可得.

【详解】因为圆的劣弧关于弦对称的图形恰好经过坐标原点，

所以，，当直线过时，将代入中，

所以，由对称性可知，圆弧对应的圆的圆心在轴上，

设为，则，所以，

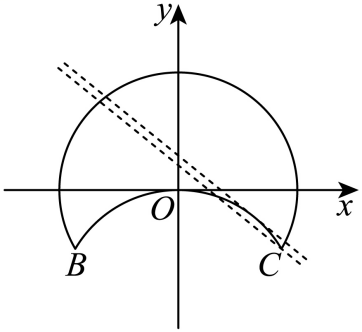
解得，且劣弧对应的圆的半径为，

故劣弧对应圆方程为，

当直线与劣弧相切时得，

所以，

结合图形可知当时直线与两段弧有个交点.



故选：B.

关键点点睛：本题关键在于求出直线过点以及与劣弧相切时的值.

**二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的四个选项中，有多个选项符合题目要求，全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 设为复数（为虚数单位），下列命题正确的有（ ）

A. 若，则 B. 若，则

C. 若，则 D. 若，则

【答案】AC

【解析】

【分析】利用共轭复数定义可判断A选项；利用特殊值法可判断B选项；利用复数的除法化简复数，利用复数的模长公式可判断C选项；解方程，可判断D选项.

【详解】对于A选项，若，则，A对；

对于B选项，若，不妨取，则，但，B错；

对于C选项，若，则，故，C对；

对于D选项，若，则，解得，D错.

故选：AC.

10. 已知函数的定义域为，对任意实数满足，且，当时，，则下列结论正确的是（ ）

A.  B. 

C. 为减函数 D. 为奇函数

【答案】AD

【解析】

【分析】利用取特殊值方法求解选项A,B,利用抽象函数的关系式结合函数的单调性和奇偶性求解选项C,D.

【详解】对A，令可得，，解得，A正确；

对B，令可得，，

再令可得，，解得，B错误；

对C，因为，，所以,C错误；

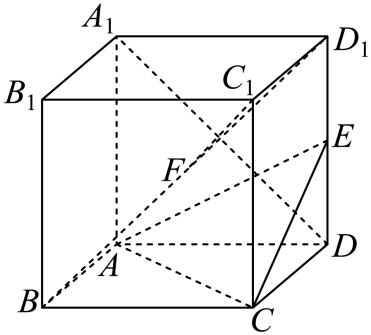
对D，令，则，

所以，即，

所以函数为奇函数，D正确；

故选:AD.

11. 如图，在棱长为2的正方体中，点*E*，*F*分别是和的中点，则（ ）



A. 

B. 

C. 点*F*到平面*EAC*的距离为

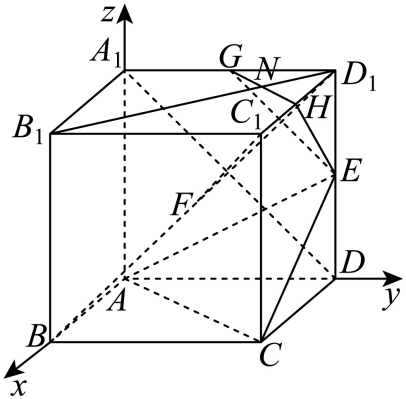
D. 过*E*作平面与平面*ACE*垂直，当与正方体所成截面为三角形时，其截面面积的范围为

【答案】BCD

【解析】

【分析】以点为原点建立空间直角坐标系，利用空间位置关系的向量证明判断AB；求出平面的法向量，求出点到平面的距离判断C；求出过垂直于平面的直线与平面的交点坐标，再计算判断D.

【详解】在棱长为2的正方体中，建立如图所示的空间直角坐标系，



则，

对于A，，显然与不共线，即与不平行，A错误；

对于B，，，因此，B正确；

对于C，，设平面的法向量，

则，令，得，而，

点*F*到平面的距离为，C正确；

对于D，过点垂直于平面的直线与平面相交，令交点为，

则，点，由，得，即，

当平面经过直线并绕着直线旋转时，平面与平面的交线绕着点旋转，

当交线与线段，都相交时，与正方体所成截面为三角形，

令平面与平面的交线交于点*G*，交于点*H*，设，，

，，由，

得，，斜边上的高，

则截面边上的高，

截面的面积

，

当时，，，

所以，D正确.

故选：BCD

【点睛】关键点点睛：选项D的求解关键是求出过点垂直于平面的直线与平面相交的交点，转化为过定点的直线旋转问题求解.

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12. 已知点*F*为抛物线：的焦点，点在上，且，则\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】依题意可得抛物线的焦点坐标和准线方程，再利用抛物线的定义即可求得的值，再代入点求解即可．

【详解】依题意可得抛物线的焦点为，准线为，

又点在上，则，解得，

则抛物线的方程为，

所以，解得

故答案为：．

13. 将函数的图象向右平移个单位长度后得到函数的图象，若函数和在上都恰好存在两个零点，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】由的范围，判断两个零点的值，列不等式求的取值范围；再由的范围，判断两个零点的值，列不等式求的取值范围，取交集即可.

【详解】当时，，

函数在上的两个零点只能满足或，

所以，解得①．

由题意，得，

当时，．

由①知，

函数在上的两个零点只能满足或，

所以，解得②．

由①②，得的取值范围是．

故答案为：

【点睛】关键点点睛：

本题的解题关键是由角的范围，确定函数和在上两个零点的值，进而通过不等式求的取值范围.

14. 在*n*维空间中（，），以单位长度为边长的“立方体”的顶点坐标可表示为*n*维坐标，其中.则5维“立方体”的顶点个数是\_\_\_\_\_\_；定义：在*n*维空间中两点与的曼哈顿距离为.在5维“立方体”的顶点中任取两个不同的顶点，记随机变量*X*为所取两点间的曼哈顿距离，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①. 32 ②. 

【解析】

【分析】第一空由题意根据分步乘法原理，求解即可；第二空先确定样本点总数，再得到的可能取值，求出概率，列出分布列，求出期望.

【详解】（1）的可能值为0，1（，）.故五维立方体的顶点有个.

（2）依题意，样本空间的样本点记为，*M*，*N*为五维立方体的顶点

样本点总数：

当时，有*k*个第*i*维坐标值不同，有个第*i*维坐标值相同.

满足的样本点个数为.

所以.

故分布列为：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| *P* |  |  |  |  |  |

.

故答案为：32；.

【点睛】关键点点睛：本题第二空关键在于确定当时，有*k*个第*i*维坐标值不同，有个第*i*维坐标值相同，再由求出概率.

**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15. 甲箱装有2个黑球和4个白球，乙箱装有2个黑球和3个白球，这些球除颜色外完全相同.某人先从两个箱子中任选一个箱子，再从中随机摸出一球.

（1）求摸出的球是黑球的概率；

（2）若已知摸出的球是黑球，用概率公式判断该球取自哪个箱子的可能性更大.

【答案】（1）

（2）该球取自乙箱的可能性更大

【解析】

【分析】（1）由条件概率的定义，分别求出从甲箱摸出的球是黑球的概率和从乙箱摸出的球是黑球的概率，然后由全概率公式，即可得答案.

（2）根据贝叶斯公式，分别求出摸出的黑球是取自甲箱和取自乙箱的概率，比较其大小，即可得到答案.

【小问1详解】

记事件*A*表示“球取自甲箱”，事件表示“球取自乙箱”，事件*B*表示“取得黑球”，

则，，，

由全概率公式得：



.

【小问2详解】

该球取自乙箱的可能性更大，理由如下：

该球是取自甲箱的概率，

该球取自乙箱的概率，

因为，所以该球取自乙箱的可能性更大.

16. 已知为等差数列的前*n*项和，，，.

（1）求的通项公式；

（2）记为数列的前*n*项和，若，求*n*的最小值.

【答案】（1）

（2）4

【解析】

【分析】（1）根据等差数列基本量的计算即可求解，

（2）根据等差求和公式以及等比求和公式，结合分组求解可求解，即可根据不等式求解.

【小问1详解】

设数列的公差为*d*，

依题意，， 即，解得，

所以的通项公式是.

【小问2详解】

由（1）知，所以，

，



恒成立，

令，

由，由于，所以.

所以

所以的最小值为4.

17. 双曲线*C*：的离心率为，点在*C*上.

（1）求*C*的方程；

（2）设圆*O*：上任意一点*P*处的切线交*C*于*M*、*N*两点，证明：以*MN*为直径的圆过定点.

【答案】（1）

（2）证明见解析

【解析】

【分析】（1）结合题目所给条件可列出不等式组，解出即可得；

（2）可结合双曲线及圆的对称性得出，若存在定点，则该定点必为原点，从而先猜后证，简化过程；或根据圆的方程，结合韦达定理表示出该圆方程，即可得定点坐标.

【小问1详解】

依题意有， 即有，解得：，，

所以双曲线方程为；

【小问2详解】

方法一：

设，，

①当切线斜率存在时，设直线方程为，

因为直线与圆相切，所以，整理得，

联立，

，

则，，

由对称性知，若以*MN*为直径的圆过定点，则定点必为原点.







，

又，所以，

所以，故以*MN*为直径的圆过原点；

②当直线斜率不存在时，直线方程，

此时或，

此时圆方程为，恒过原点；

或或，

此时圆方程为，恒过原点；

综上所述，以*MN*为直径的圆过原点.

方法二：

设，，

①当切线斜率存在时，设直线方程为，

因为直线与圆相切，所以，整理得，

联立，

，

则，，

以，为直径的圆的方程为，

即，

因为，

所以，

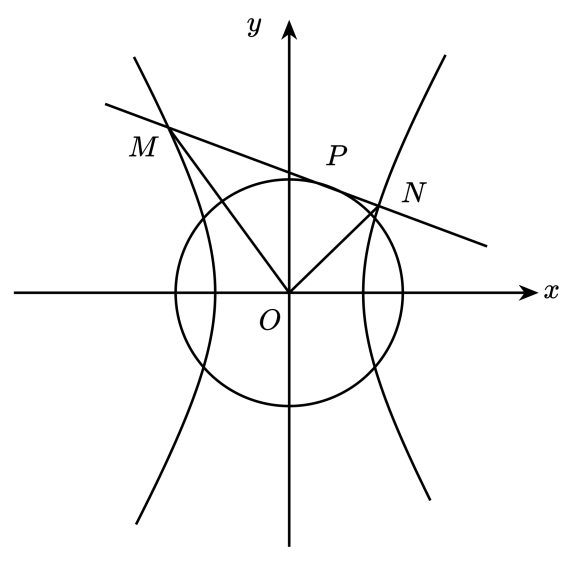
且，

所以所求的圆的方程为，

所以*MN*为直径的圆过原点；

②当直线斜率不存在时，同法一，此时圆方程为，恒过原点；

综上所述，以*MN*为直径的圆过原点.



【点睛】方法点睛：利用韦达定理法解决直线与圆锥曲线相交问题的基本步骤如下：

（1）设直线方程，设交点坐标为；

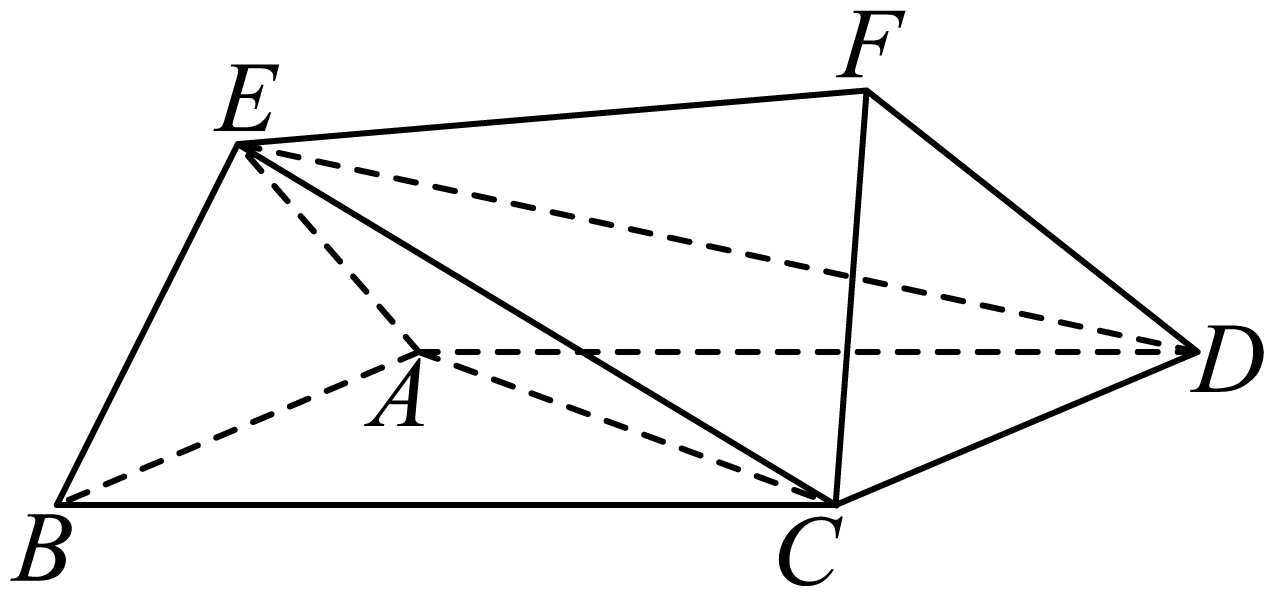
（2）联立直线与圆锥曲线的方程，得到关于（或）的一元二次方程，注意的判断；

（3）列出韦达定理；

（4）将所求问题或题中的关系转化为、（或、）的形式；

（5）代入韦达定理求解.

18. 如图，在四棱锥中，底面*ABCD*为平行四边形，为等边三角形，，，，.



（1）求证：；

（2）若，

①判断直线与直线的位置关系，并说明理由；

②求平面与平面的夹角.

【答案】（1）证明见解析

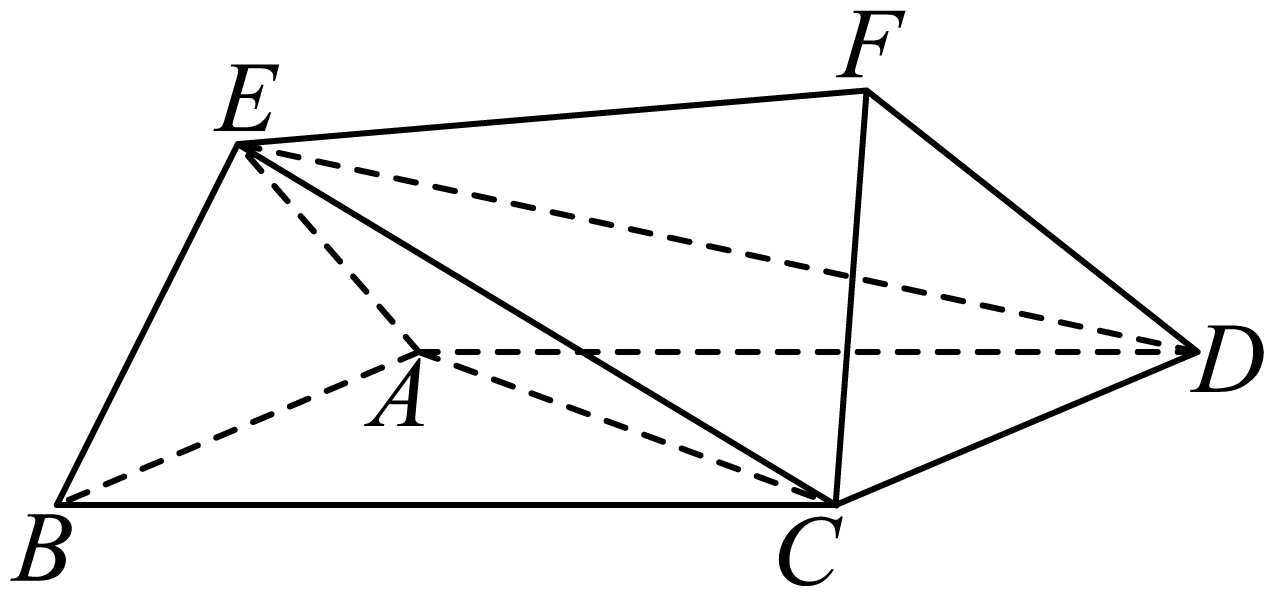
（2）①*EF*与*BC*异面直线，理由见解析②

【解析】

【分析】（1）利用，，由余弦定理可得，再由勾股定理可得，另外同理可得，则可由线面垂直证明线线垂直.

（2）利用（1）可证明三线垂直关系，再以*AB*的中点*O*为原点建立空间直角坐标系，关键点的坐标可先设，再利用三个相等关系，，联立方程组，可以求解出，有了坐标就可以分析与是不平行，平面，从而判定*EF*与*BC*是异面直线；而利用空间向量求二面角的大小，就只要去求两个平面的法向量的夹角即可得到想要的结果

【小问1详解】



不妨设，则，

∵，，由余弦定理可得：

，

所以，

即，，

，

所以，又因为，

所以，

又因为，

所以平面*AEB*，

平面*AEB*，

所以.

【小问2详解】

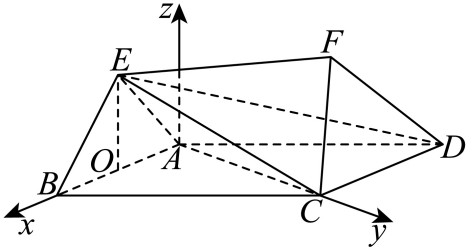
①与异面直线，理由如下：

取的中点为*O*，连结，为等边三角形.

所以，由（1）知平面*AEB*，

所以， ，

所以平面，又由.



则以*A*为原点，分别为*x*轴，*y*轴，以过*A*平行于的直线为*z*轴，建立空间直角坐标系.

，，，，，

设，，，，

，， 

因为，所以，

因为，所以，

因为，可得，

所以，把代入上面两式得，

和，

所以，又，所以，

所以，，

所以，与不平行，

又因为，

则和平面共面，

则*EF*在平面内，或平面，

又因为点*E*在平面外，所以平面，

所以与不相交.

即与异面直线；

②由（1）知为平面的法向量，

设平面的法向量为，

，，

，所以，取，则，



设平面与平面夹角为

，所以，

所以平面*ABE*与平面*FCD*的夹角为.

19. 已知函数.

（1）讨论函数的单调性；

（2）设，若存，使得.

①求的取值范围；

②设为整数，若当时，相应的总满足，求的最小值.

【答案】（1）当时，在上单调递增；当时，在上单调递减，在上单调递增.

（2）① ②

【解析】

【分析】（1）直接使用导数工具分类讨论即可；

（2）①求出的单调性，然后使用零点存在定理对分类讨论；②先证明，然后给出使得的例子，即可说明的最小值为.

【小问1详解】

由，知.

当时，，所以在上单调递增；

当时，若，则；若，则.

所以在上单调递减，在上单调递增.

综上，当时，在上单调递增；

当时，在上单调递减，在上单调递增.

【小问2详解】

①此时，故.

若，则当时，有.

故在和上递增，故在上递增.

所以，如果有，则必定有，故这样的不存在；

若，则.

记，，则，，故，.

据的表达式可知，当或时，当时.

从而在和上单调递增，在上单调递减.

根据的单调性，有. 再取正实数满足，，，就有，且由有



.

所以必定存在使得，取，就有.

综上，的取值范围是.

②首先，在上面①的解析中我们已经证明当时递增，这就意味着当时有，即.

下面回到原题，据题意有. 根据的单调性，知.

一方面，此时有



，

所以，故.

从而，解关于不等式可得，故；

去分母并移项得，即.

另一方面，当时，由，，可知，从而.

此时可验证满足条件，而.

综合以上两个方面，可知的最小值是.

【点睛】关键点点睛：本题的关键在于对指数运算的性质的灵活运用，需要一定的代数变形能力，方可从条件中找到本质.