**杨府山高复学校考前试卷答案**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每个小题绐岀的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1、已知集合，，则（　　）．

A． B． C． D．

【答案】B

【知识点】交集及其运算

【解析】【解答】解不等式得：，即，而，

所以．

故答案为：B

2、已知等比数列满足，则的值为（ ）

A．2 B．4 C． D．6

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意和等比数列的性质求出，结合计算即可．

【详解】根据等比数列的性质可得，∴，

即，解得，

又∵，，故可得，

故选：B

3、给出下列说法，其中正确的是（　　）

A．某病8位患者的潜伏期（天）分别为3，3，8，4，2，7，10，18，则它们的第50百分位数为

B．已知数据的平均数为2，方差为3，那么数据，，的平均数和方差分别为5，13

C．在回归直线方程中，相对于样本点的残差为

D．样本相关系数

【答案】C

【知识点】众数、中位数、平均数；极差、方差与标准差；线性相关

【解析】【解答】A，将3，3，8，4，2，7，10，18由小到大排列为2，3，3，4，7，8，10，18，第50百分位数即为中位数，这组数的中位数为，A不符合题意，

B，由数据的平均数为2，方差为3，则数据，，的平均数为，方差为，B不符合题意，

C，残差，故C正确；

D中，样本的相关系数应满足，D不符合题意．

故答案为：C

【分析】根据百分位数可判断A；根据平均数和方差的性质可判断B；根据变量间的关系以及相关系数可判断D．

4、的展开式中，的系数为（ ）

A．60 B． C．120 D．

【答案】A

【解析】

【分析】设的通项为，设的通项为, 即得解．

【详解】解：设的通项为，

设的通项为，

令

所以的系数为．

故选：A

5、正多面体共有5种，统称为柏拉图体，它们分别是正四面体､正六面体（即正方体）､正八面体､正十二面体､正二十面体．连接正方体中相邻面的中心，可以得到另一个柏拉图体．已知该柏拉图体的体积为，则生成它的正方体的棱长为（ ）

A．2 B． C． D．4

【答案】D

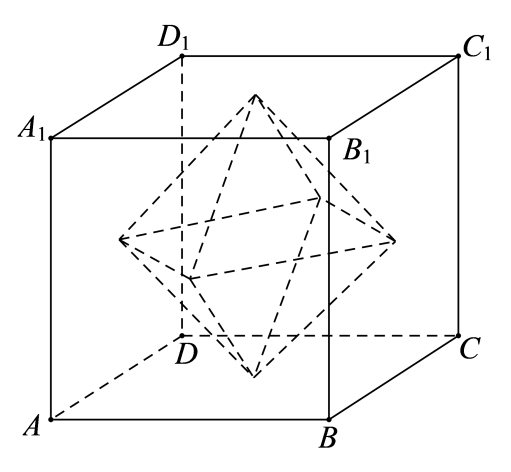
【解析】

【分析】设出棱长，根据体积即可求出．

【详解】设正方体棱长为，可得该柏拉图体是由两个四棱锥构成，四棱锥的底面为边长为的正方形，高为，

则柏拉图体的体积为，解得，∴．

故选：D．



6、若，则（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】

【分析】根据同角的三角函数关系式，结合两角差的正弦公式、二倍角的余弦公式进行求解即可．

【详解】由，

由，

．

故选：C

7、已知双曲线的左、右焦点分别为，过点的直线与双曲线的右支交于两点，若，且双曲线的离心率为，则（ ）

A． B． C． D．

【答案】D

【解析】

【分析】由双曲线的定义结合已知条件求得，从而再得，由余弦定理求得，由诱导公式得，设，则，再由余弦定理求得，从而利用余弦定理求解即可．

【详解】因为双曲线的离心率为，所以，因为，

所以，由双曲线的定义可得，

所以，

在中，由余弦定理得，

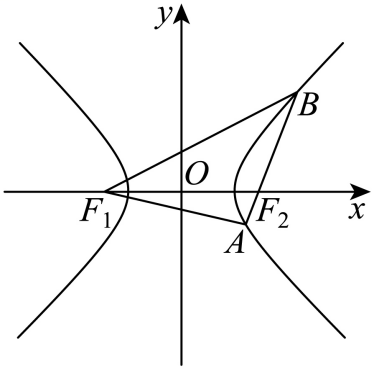
在中，，设，则，

由得

，解得，所以，

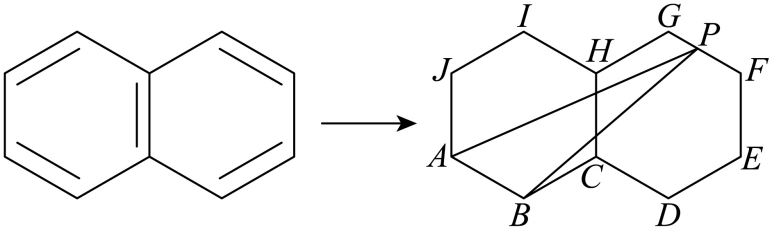
所以．

故选：D

．

【点睛】关键点点睛：本题解决的关键是利用，结合余弦定理与双曲线的定义，从而得解．

8、键线式可以简洁直观地描述有机物的结构，在有机化学中极其重要．有机物萘可以用左图所示的键线式表示，其结构简式可以抽象为右图所示的图形．已知与为全等的正六边形，且，点为该图形边界（包括顶点）上的一点，则的取值范围为（ ）



A． B． C． D．

【答案】B

【解析】

【分析】取线段的中点，可得出，求出的最大值和最小值，即可得出的取值范围．

【详解】取线段的中点，则，



，

由图可知，当点与点重合时，取最小值，且，

由图形可知，当取最大值时，点在折线段上，

连接，则，

同理，

由正六边形的几何性质可知，，

所以，，

则、、三点共线，则，即，

当点在线段上从点运动到点的过程中，在逐渐增大，

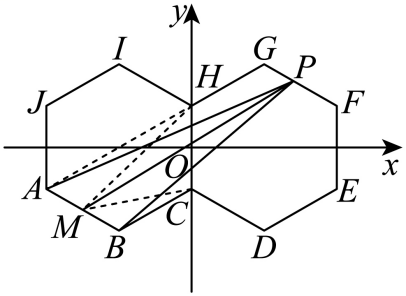
同理可知，，

当点在线段上由点到的过程中，在逐渐增大，

所以，当取最大值时，点在折线段上运动，

以线段的中点为坐标原点，所在直线为轴，

线段的垂直平分线所在直线为轴建立如下图所示的平面直角坐标系，



则、、、、、

、，设点，

（1）当点在线段上运动时，，

直线的方程为，即，

所以，线段的方程为，

则；

（2）当点在线段上运动时，，，则，

所以，；

（3）当点在线段上运动时，，

直线的方程为，即，

所以，线段的方程为，

所以，，

因为函数在上单调递增，

故．

综上所述，的最大值为，故，

故的取值范围是．

故选：B．

【点睛】方法点睛：求两个向量的数量积有三种方法：

（1）利用定义：

（2）利用向量的坐标运算；

（3）利用数量积的几何意义．

具体应用时可根据已知条件特征来选择，同时要注意数量积运算律的应用．

**二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多顶符合题目要求。全部选对的得6分，有选错的得0分，若只有2个正确选顶，每选对一个得3分;若只有3个正确选项，每选对一个得2分．**

9、已知为复数，设，，在复平面上对应的点分别为*A*，*B*，*C*，其中*O*为坐标原点，则（ ）

A． B．

C． D．

【答案】AB

【解析】

【分析】根据复数的几何意义、共轭复数、复数的乘法运算可以表示出，，三点的坐标，通过向量的模长、向量的平行和垂直知识进而可以判断．

【详解】设，，

，，

，，



对于A，，故选项A正确；

对于B， ，，故选项B正确；

对于C，，

当时，，故选项C错误；

对于D， ，

可以为零，也可以不为零，所以不一定平行于，故选项D错误．

故选:AB

10、已知函数，则下列说法正确的是（　　）．

A．函数的最小正周期为

B．为函数图像的一条对称轴

C．函数在上单调递减

D．函数在上有3个零点

【答案】B,C

【知识点】两角和与差的余弦公式；二倍角的正弦公式；二倍角的余弦公式；余弦函数的性质

【解析】【解答】由题意得：

，

所以。

∴的最小正周期，A不符合题意；

，B符合题意；

∵，∴，

∴函数在上单调递减，C符合题意；

令，

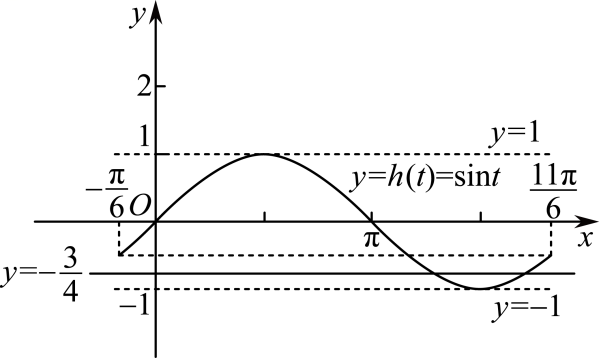
即，

因为，所以

令，则，所以D的问题转化为

与的交点个数问题，

如图所示：



观察可知，有2个零点，D不符合题意．

故答案为：BC．

11、在平面直角坐标系中，如果将函数的图象绕坐标原点逆时针旋转（为弧度）后，所得曲线仍然是某个函数的图象，则称为“旋转函数”，则（ ）

A．，函数都为“旋转函数”

B．若函数为“旋转函数”，则

C．若函数为“旋转函数”，则

D．当或时，函数不是“旋转函数”

【答案】BCD

【解析】

【分析】对A，举例说明即可；对BCD，设将旋转后得出方程，则只需与原函数仅有一个交点即可，然后逐项求解判断即可．

【详解】对A：当旋转时与轴重合，此时个对应多个值，故A错误；

对B：将旋转后所得直线为，则只需与原函数仅有一个交点；

令，，当时，只有一个零点，所以，即，故B正确；

对C：令，当在定义域内仅有唯一解时，即，

当时，仅有一个解，故满足题意；

当时，的判别式，

对任意的，都存在使得判别式大于0，不满足题意；故，故C正确；

对D：若是“旋转函数”，当仅有唯一解时，即，令，

，令，则

当时，方程为，得，仅有唯一解，符合题意；

当时，当，，当，，所以在上单调递减，在上单调递增，

又因为时，，，所以可得先减后增，不符合题意；

当时，当，，当，，所以在上单调递增，在上单调递减，

所以当时，有极大值也是最大值，即，则；

综上得存在时，是“旋转函数”，故D正确．

故选：BCD．

【点睛】方法点睛：（1）导函数中常用的两种常用的转化方法：一是利用导数研究含参函数的单调性，常化为不等式恒成立问题．注意分类讨论与数形结合思想的应用；二是函数的零点、不等式证明常转化为函数的单调性、极(最)值问题处理；（2）利用导数解决含参函数的单调性问题时，一般将其转化为不等式恒成立问题，解题过程中要注意分类讨论和数形结合思想的应用；（3）证明不等式，构造一个适当的函数，利用它的单调性进行解题，是一种常用技巧．许多问题，如果运用这种思想去解决，往往能获得简洁明快的思路，有着非凡的功效．

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共计15分．**

12、某台小型晚会由5个节目组成，演出顺序有如下要求，节目甲必须排在前两位、节目乙不能排在第一位，该台晚会节目演出顺序的编排方案共有 种排法．

【答案】42

【解析】

【分析】据元素分析法即可解出．

【详解】若甲排在第一位，则有种排法

若甲排在第二位，由于乙不能排在第一位，则第一位有3种排法，其他位次全排列有种排法，则共有种排法，因此编排方案共有种.

13、在概率论中，全概率公式指的是：设为样本空间，若事件两两互斥，，则对任意的事件，有．若甲盒中有2个白球、2个红球、1个黑球，乙盒中有个白球、3个红球、2个黑球，现从甲盒中随机取出一个球放入乙盒，再从乙盒中随机取出一个球，若从甲盒中取出的球和从乙盒中取出的球颜色相同的概率大于等于，则的最大值为 ．

【答案】6

【知识点】条件概率与独立事件

【解析】【解答】设第一次从甲盒取出白球，红球，黑球的事件分别为，，，

从甲盒中取出的球和从乙盒中取出的球颜色相同的事件为，

则

，

解得，则的最大值为6．

14、大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论，主要用于解释我国传统文化中的太极衍生原理，数列中的每一项都代表太极衍生过程．已知大衍数列满足，，则 ，数列的前50项和为 ．

【答案】  

【分析】当时，，当时，，推出，利用累加法可得，从而求得，即可求解，根据，即可求解．

【详解】当时，①，当时，②，

由①②可得，，

所以，

累加可得，，

所以，

令且为奇数)，，当时，成立，

所以当为奇数，，

当为奇数，，

所以当为偶数，，

所以

故；

根据

所以的前项的和．

故答案为：；

**四、解答题：本题共5小题，共计77分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15、（本小题满分13分）

在△*ABC*中，记角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知tan*B*

（1）若，求tan*C*的值：

（2）已知中线*AM*交*BC*于*M*，角平分线*AN*交*BC*于*N*，且求△*ABC*的面积．

【答案】（1）或；

（2）．

【解析】

【分析】（1）利用同角关系式可得或sin，然后利用和角公式即得；

（2）由题可得，利用角平分线定理及条件可得，进而可得，，即得．

小问1详解】

因为，

所以，

解得或sin,

当时，，，

所以，；

当时，因为，

所以，又，

所以．

【小问2详解】

∵，

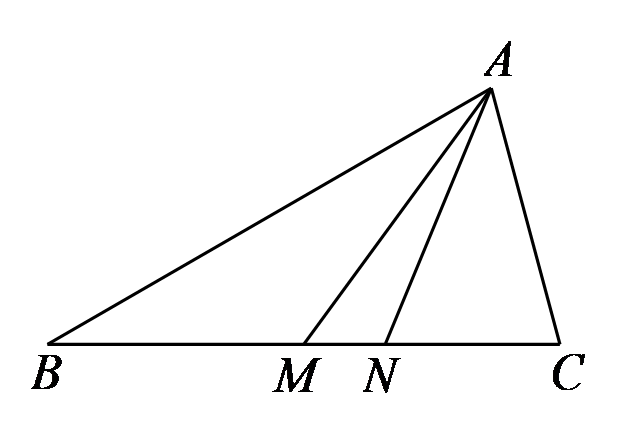
∴，，

∴，即，

∴，

由角平分线定理可知，，又，

所以，



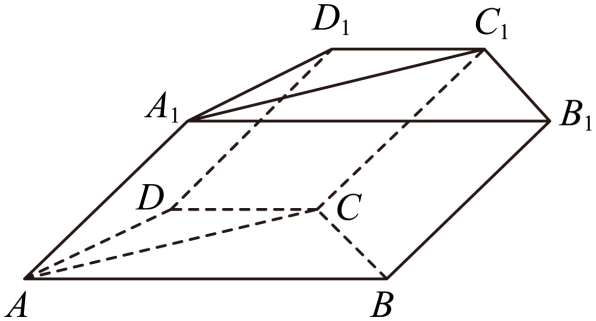
由，可得，

∴，，

所以．

16、（本小题满分15分）

如图，已知斜四棱柱，底面为等腰梯形，，点在底面的射影为，且，，，．



（1）求证：平面平面；

（2）若为线段上一点，且平面与平面夹角的余弦值为，求直线与平面所成角的正弦值．

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【小问1详解】

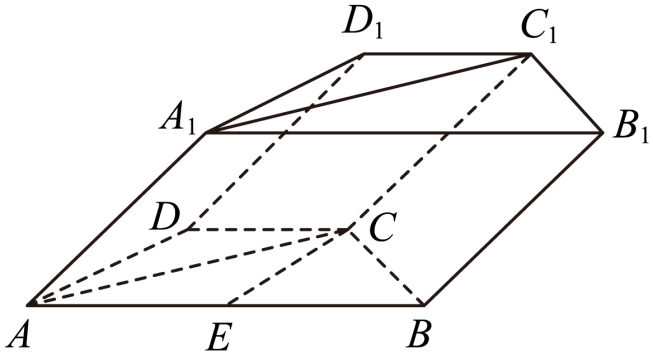
证明：等腰梯形中，，，

作交于，如图，则是菱形，，

是等边三角形，则，，，

所以，即，

又，，平面，



所以平面，又平面，

所以平面平面；

【小问2详解】

点在底面的射影为，由（1），得在上，且，又，

所以，而由（1）知，因此，

建立如图所示空间直角坐标系，则

，，，，，则，

又，，所以，

设（），，

，，

设平面的法向量为，

则，

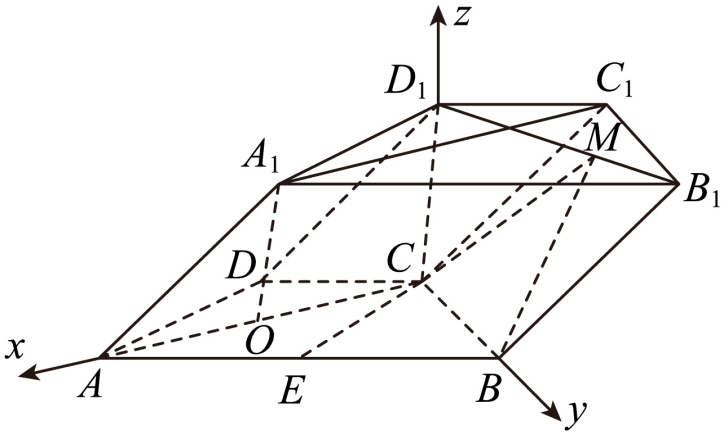
取，则，取平面的法向量，

，则（负值舍去），

即，，

设直线与平面所成的角为，则，

所以，直线与平面所成的角正弦值为．



17、（本小题满分15分）

杭州亚运会的三个吉祥物是琮琮、宸宸和莲莲，他们分别代表了世界遗产良渚古城遗址、京杭大运河和西湖，分别展现了不屈不挠、坚强刚毅的拼搏精神，海纳百川的时代精神和精致和谐的人文精神．甲同学可采用如下两种方式购买吉祥物，方式一：以盲盒方式购买，每个盲盒19元，盲盒外观完全相同，内部随机放有琮琮、宸宸和莲莲三款中的一个，只有打开才会知道买到吉祥物的款式，买到每款吉祥物是等可能的；方式二：直接购买吉祥物，每个30元．

（1）甲若以方式一购买吉祥物，每次购买一个盲盒并打开．当甲买到的吉祥物首次出现相同款式时，用*X*表示甲购买的次数，求*X*的分布列；

（2）为了集齐三款吉祥物，甲计划先一次性购买盲盒，且数量不超过3个，若未集齐再直接购买吉祥物，以所需费用的期望值为决策依据，甲应一次性购买多少个盲盒？

【答案】（1）分布列详见解析

（2）买个

【解析】

【分析】（1）根据独立重复试验概率计算公式、排列组合数的计算公式求得的分布列．

（2）根据甲一次性购买的吉祥物盲盒的个数进行分类讨论，通过计算各种情况下的总费用来求得正确答案．

【小问1详解】

由题意可知所有可能取值为，

,

所以的分布列如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

【小问2详解】

设甲一次性购买个吉祥物盲盒，集齐三款吉祥物需要的总费用为．

依题意，可取．

方案1：不购买盲盒时，则需要直接购买三款吉祥物，总费用元．

方案2：购买个盲盒时，则需要直接购买另外两款吉祥物，

总费用元．

方案3：购买个盲盒时，

当个盲盒打开后款式不同，则只需直接购买剩下一款吉祥物，

总费用，，

当个盲盒打开后款式相同，则需要直接购买另外款吉祥物，

总费用，

所以元．

方案4：购买个盲盒时，

当个盲盒打开后款式各不相同，则总费用，，

当个盲盒打开后恰有款相同，则需要直接购买剩下一款吉祥物，

则总费用，

当个盲盒打开后款式全部相同，则需要直接购买另外两款吉祥物，

总费用，

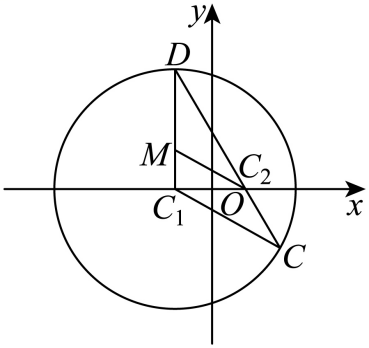
所以元．

对比个方案可知，第个方案总费用的期望值最小，

故应该一次性购买个吉祥物盲盒．

18、（本小题满分17分）

已知圆，与*x*轴不重合的直线*l*过点，且与圆交于*C、D*两点，过点作的平行线交线段于点*M*．



（1）判断与圆的半径的大小关系，求点*M*的轨迹*E*的方程；

（2）已知点，直线*m*过点，与曲线*E*交于两点*N、R*（点*N、R*位于直线异侧），求四边形的面积的取值范围．

【答案】（1），

（2），且

【解析】

【分析】（1）根据平面几何可得，故点的轨迹为椭圆，根据椭圆定义即可求出轨迹的方程；

（2）设直线：，，直线与曲线联立方程组，根据的范围得且，再根据四边形的面积为，代入即可求解.

【小问1详解】

圆，

，

，

，，

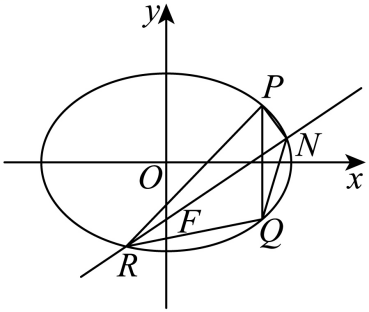
，

∴点*M*的轨迹是以为焦点的椭圆，其方程为．

【小问2详解】

设直线，由题意知且，

设，



，

由，

则，

所以

，

令且，

，

当时，；

当，；

当时，；

，且，

，且．

【点睛】方法点睛：利用韦达定理法解决直线与圆锥曲线相交问题的基本步骤如下：

（1）设直线方程，设交点坐标为；

（2）联立直线与圆锥曲线的方程，得到关于（或）的一元二次方程，注意的判断；

（3）列出韦达定理；

（4）将所求问题或题中的关系转化为、（或、）的形式；

（5）代入韦达定理求解.

19、（本小题满分17分）

如果时，函数取得极大值或极小值，那么称为函数的极值点．已知函数，，其中为正实数．

（1）若函数有极值点，求的取值范围；

（2）当和的几何平均数为，算术平均数为．

①判断与和的几何平均数和算术平均数的大小关系，并加以证明；

②当时，证明：．

19、【解析】

（1）在上有变号零点，

即在上有变号零点．

①若，即时，只需矛盾，

②若，即时，只需

故的取值范围为．

（2）①，

先证右边，证，令

证：，令，



在上

再证左边证：，令证令

在上，证毕!

②时，关于单调递减









在上上