

2025 年 4 月绍兴市高考科目适应性考试

数 学

考生注意：

1. 答题前，请务必将自己的学校、班级、姓名、座位号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的位置上。

2. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A = \{x | 0 < x < 3\}$ ， $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，则 $A \cap B =$

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

2. $\frac{1}{1+i} =$

- A. $1-i$ B. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ C. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

3. 已知向量 a, b 满足 $|a|=1$ ， $|b|=2$ ，且 a, b 的夹角为 60° ，则 $|a+b| =$

- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $\sqrt{7}$ D. 7

4. 直线 $x=2$ 被圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 截得的弦长为

- A. 2 B. 4 C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{5}$

5. 将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 φ 个单位后得到函数 $y = \cos 2x$ 的图象，则 φ 可以是

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. π

6. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{1 + \lambda e^{2x}}$ ，则

- A. 当 $\lambda = 1$ 时， $f(x)$ 是偶函数，且在区间 $(0, 1)$ 上单调递增
B. 当 $\lambda = 1$ 时， $f(x)$ 是奇函数，且在区间 $(0, 1)$ 上单调递减
C. 当 $\lambda = -1$ 时， $f(x)$ 是偶函数，且在区间 $(0, 1)$ 上单调递减
D. 当 $\lambda = -1$ 时， $f(x)$ 是奇函数，且在区间 $(0, 1)$ 上单调递增

7. 已知双曲线 $\Gamma: x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ 的左焦点为 F , 点 A, B 在 Γ 的右支上, 且 $|AB| = 6$, 则 $|FA| + |FB|$ 的最小值为

- A. 4 B. 6 C. 10 D. 14

8. 已知 $\triangle ABC$ 的两个内角 $A, B (A \neq B)$ 都是关于 x 的方程 $\cos 2x + 2m \cos x + 2m^2 - \frac{1}{2} = 0$ 的解,

其中 $-1 < m < -\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $C =$

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

二、选择题 (本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分)

9. 在某校文艺汇演中, 六位评委对某小品节目进行打分, 得到一组分值 7.7, 8.1, 8.2, 8.7, 9.4, 9.5, 若去掉一个最高分和一个最低分, 则

- A. 这组分值的极差变小 B. 这组分值的均值变大
C. 这组分值的方差变小 D. 这组分值的第 75 百分位数不变

10. 已知函数 $f(x) = (x-1)^2 \cdot \sin x \cdot \ln(x+1)$, 则

- A. $f(x)$ 在区间 $(2, 3)$ 内存在零点 B. 0 是 $f(x)$ 的极小值点
C. $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 内存在极大值 D. $f(x)$ 在区间 $(-1, 0)$ 上单调递减

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = e^{a_n - 2} + 1$, 则

- A. 数列 $\{a_n\}$ 为递增数列 B. $\exists n \in \mathbf{N}^*, a_n > 2$
C. $\forall n \in \mathbf{N}^*, a_{n+1} < \frac{1}{2}a_n^2 - a_n + 2$ D. $\forall n \in \mathbf{N}^*, a_n \leq \frac{2n-1}{n}$

三、填空题 (本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

12. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b \sin B + c \sin C - a \sin A = \sqrt{2}b \sin C$, 则

$A =$ .

13. 已知偶函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy$, 则 $f(x)$ 的值域为

.

14. 设点 $P(x, y)$ 在“笑口”型曲线 $\sqrt{x^2 + y^2} + |y - \frac{5}{2}| = \frac{7}{2}$ 上, 则 $x^2 + 2y^2 - 5y$ 的最小值为

.

四、解答题（本大题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

15. (13 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2x} + \ln x - \frac{1}{2}$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 记 $f(x)$ 的两个零点分别为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_2, f(x_2))$ 处的切线方程.

16. (15 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2, & n \text{ 为奇数,} \\ 2a_n, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$

(1) 记 $b_n = a_{2n} + 2$, 求 b_1, b_2 , 并证明数列 $\{b_n\}$ 是等比数列;

(2) 记 $c_n = a_{2n} + 3$, 求满足 $c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_n < 100$ 的所有正整数 n 的值.

17. (15 分)

已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 2, 且过点 $(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

(1) 求 Γ 的方程;

(2) 设 A, B 为 Γ 的左、右顶点, 在过点 A 且垂直于 x 轴的直线上任取一点 P , 过 P 作 Γ 的切线, 切点为 C (异于 A), 作 $CD \perp AB$, 垂足为 D . 记 $\triangle PBC$ 和 $\triangle PBD$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.

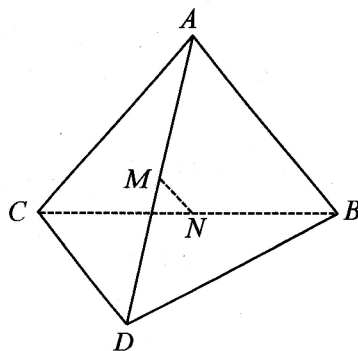
18. (17分)

如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $\angle ACD = \angle BDC = \frac{\pi}{2}$, $AC = BD = 1$, $CD = x$, 记二面角 $A-CD-B$ 为 θ , M, N 分别为 AD, BC 的中点.

(1) 求证: $MN \perp CD$;

(2) 若 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\theta = \frac{\pi}{3}$, 求直线 MN 与平面 ABD 所成角的正弦值;

(3) 设在四面体 $ABCD$ 内有一个半径为 r 的球, 若 $x = \theta$, 求证: $r < \frac{1}{4}$.



19. (17分)

某科技公司招聘技术岗位人员一名. 经初选, 现有来自国内三所高校的10名应届毕业生进入最后面试环节. 其中 A 校和 B 校各4名, C 校2名. 10名面试者随机抽取 $1, 2, 3, \dots, 10$ 号的面试序号.

(1) 若来自 A 校的4名毕业生的面试序号分别为 a_1, a_2, a_3, a_4 , 且 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$, 来自 B 校的4名毕业生的面试序号分别为 b_1, b_2, b_3, b_4 , 且 $b_1 < b_2 < b_3 < b_4$, 来自 C 校的2名毕业生的面试序号分别为 c_1, c_2 , 且 $c_1 < c_2$.

(i) 求概率 $P(b_4 = 10)$, $P(a_4 < c_2)$;

(ii) 记随机变量 $X = a_4$, 求 X 的均值 $E(X)$.

(2) 经面试, 第 i 位面试者的面试得分为 N_i , 且他们的面试得分各不相同, 公司最终录用得分最高者. 为提高今后面试效率, 现人事部门设计了以下面试录用新规则:

$S = \{j | j \geq 4, \text{ 且 } N_j > N_i, 1 \leq i \leq j-1\} \cup \{10\}$, 集合 S 中的最小元素为 k , 最终录用第 k 位面试者. 如果以新规则面试这10名毕业生, 证明: 面试得分第一、二 (按得分从高到低排) 的两名毕业生之一被录用的概率不小于0.59.