

杨府山高复学校第十次周考数学试卷

第一部分：选择题（共 25 小题，每小题 4 分，共 100 分）

1. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
A. $\{1, 2\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{1, 4\}$ D. $\{3, 4\}$
2. 函数 $f(x) = \sqrt{x-1}$ 的定义域是 ()
A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
3. 不等式 $|x - 2| < 3$ 的解集是 ()
A. $(-1, 5)$ B. $(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$ C. $[-1, 5]$ D. $(-5, 1)$
4. $\sin 120^\circ$ 的值为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (3, -1)$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 等于 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 5
6. 直线 $y = 2x - 1$ 的斜率是 ()
A. -2 B. 2 C. -1 D. 1
7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, 公差 $d = 3$, 则 a_5 等于 ()
A. 11 B. 14 C. 17 D. 20
8. 若 $x > 0$, $y > 0$, 且 $x + y = 4$, 则 xy 的最大值为 ()
A. 1 B. 2 C. 4 D. 8
9. $\log_2 8$ 的值为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 8
10. 圆 $x^2 + y^2 = 4$ 的半径为 ()
A. 2 B. 4 C. $\sqrt{2}$ D. 16
11. “ $x > 2$ ”是“ $x > 1$ ”的 () 条件
A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充要 D. 既不充分也不必要

12. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点坐标是 ()
A. (1,0) B. (0,1) C. (-1,0) D. (0,-1)
13. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x$, 则 $f(-1)$ 的值为 ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 3
14. 从数字 1,2,3,4 中任取两个不同的数字组成两位数, 其中偶数的个数为 ()
A. 6 B. 8 C. 10 D. 12
15. 若 $\cos\theta = \frac{3}{5}$, 且 θ 是第四象限角, 则 $\sin\theta$ 等于 ()
A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$
16. 不等式 $\frac{x-1}{x+2} \leq 0$ 的解集是 ()
A. (-2,1] B. [-2,1) C. $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$ D. $(-\infty, -2] \cup (1, +\infty)$
17. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_4 = 8$, 则公比 q 等于 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
18. 函数 $y = 2\sin x \cos x$ 的最小正周期是 ()
A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. 2π D. 4π
19. 若 $a > b$, 则下列不等式一定成立的是 ()
A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ C. $ac > bc$ D. $a + c > b + c$
20. 直线 $2x - y + 3 = 0$ 与直线 $x + 2y - 1 = 0$ 的位置关系是 ()
A. 平行 B. 垂直 C. 相交但不垂直 D. 重合
21. 已知点 $A(1,2)$ 和点 $B(4,6)$, 则线段 AB 的长度为 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
22. 若 $2^x = 5$, 则 x 等于 ()
A. $\log_2 5$ B. $\log_5 2$ C. $\ln 5$ D. $\lg 2$
23. 二项式 $(x + 1)^4$ 的展开式中, x^2 的系数是 ()
A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

24. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x < 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$, 若 $f(a) = 4$, 则实数 a 的值为 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $-\frac{3}{2}$ 或 2 D. $\frac{3}{2}$ 或 -2

25. 已知复数数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2i$, $a_{n+1}=ia_n+i+1$, $n \in \mathbb{N}^*$ (i 为虚数单位), 则 $a_{10}=$ ()

- A. $2i$ B. $-2i$ C. $1+i$ D. $-1+i$

第二部分：填空题（共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分）

1. 计算: $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} =$ _____。

2. 已知向量 $\vec{a}=(2-t, 1)$, $\vec{b}=(1, t)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 $t =$ _____。

3. 不等式 $x^2 - 5x + 6 > 0$ 的解集是 _____ (用区间表示)。

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A = 60^\circ$, $B = 45^\circ$, $a = \sqrt{3}$, 则边 $b =$ _____。

5. 直线 $y = x + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相交所得的弦长为 _____。

6. 数学教师从 6 道习题中随机抽 3 道让学生自我检测, 规定至少要解答正确 2 道题才能及格.
某同学只能求解其中的 4 道题, 则他能及格的概率是_____.

第三部分：解答题（共 2 小题，20 分）

1. 已知 S_n 是正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 S_n 是 a_n 与 $\frac{1}{a_n}$ 的等差中项.

(1) 证明: 数列 $\{S_n^2\}$ 为等差数列;

(2) 若 $b_n = \frac{a_{n+1}}{S_n S_{n+1}}$, 求 $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{99}$ 的值.

2、已知椭圆: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦距为 2, 且过点 $(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 设 A, B 为椭圆的左、右顶点, 在过点 A 且垂直于 x 轴的直线上任取一点 P , 过 P 作椭圆的切线, 切点为 C (异于 A), 作 $CD \perp AB$, 垂足为 D . 记 $\triangle PBC$ 和 $\triangle PBD$ 的面积分别为 S_1 , S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.