2017学年第一学期浙江“七彩阳光”联盟期中联考

高三年级数学学科　试题

考生须知：

1. 本试题卷共4页，满分150分，考试时间120分钟。
2. 考生答题前，须将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸上。
3. 选择题的答案须使用2B铅笔将答题纸上对应题目的答案标号涂黑，如要改动，须将原填涂处用橡皮擦净。
4. 非选择题的答案必须使用黑色字迹的签字笔或钢笔写在答题纸上相应区域内，答案写在本试题卷上无效。

选择题部分（共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知复数 $a+b\mathrm{i}=\mathrm{i}(1+\mathrm{i})$（其中 $a,b\in\mathrm{R}$，i是虚数单位），则 $a+2b$ 的值为（　　）

　A．2　　B．1　　C．-1　　D．-2

2. 已知集合 $M=\left\{y\left|y=(\frac{1}{2})^x,x>-2\right.\right\}$，$N=\left\{x\mid y=\lg(-x^2+2x+3)\right\}$，则 $M\cap N=$（　　）

　A．$\{x|0<x<3\}$　　B．$\{x|-1<x<3\}$

　C．$\{x|0<x<4\}$　　D．$\{x|-1<x<4\}$

3. 设 $a>0,b>0$，则“$\log_2 a+\log_2 b\ge\log_2(a+b)$”是“$ab\ge 4$”的（　　）

　A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

　C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4. 袋中共有7个球，其中3个红球、2个白球、2个黑球．若从袋中任取3个球，则所取3个球中至多有1个红球的概率是（　　）

　A．$\frac{4}{35}$　　B．$\frac{31}{35}$　　C．$\frac{18}{35}$　　D．$\frac{22}{35}$

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$，S_n 表示前 n 项的和，$a_5+a_{11}>0,a_6+a_9<0,$，则满足 $S_n<0$ 的正整数 n 的最大值是（　　）

　A．12　　B．13　　C．14　　D．15

6. 已知两向量 $\vec{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\vec{b}=(\cos\beta,\sin\beta)$，其中 $0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$，则 $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|+\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$ 的取值范围是（　　）

　A．$\left(2,2\sqrt{2}\right)$　　B．$\left(2,2\sqrt{3}\right)$　　C．$\left(2,4\right)$　　D．$\left(2\sqrt{2},4\right)$

7. 已知 F 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点，以坐标原点 O 为圆心，以 $\left|OF\right|$ 为半径的圆与该双曲线的渐近线在 y 轴右侧的两个交点记为 A、B，且 $\angle AFB=120^\circ$，则双曲线的离心率为（　　）

　A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C. 2　　D．$\sqrt{5}$

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $P(3,-1)$ 在圆 C：$x^2+y^2-2mx-2y+m^2-15=0$ 内，动直线 AB 过点 P 且交圆 C 于 A,B 两点，若 ΔABC 的面积的最大值为8，则实数 m 的取值范围是（　　）

　A．$\left(3-2\sqrt{3},3+2\sqrt{3}\right)$　　B．$\left[1,5\right]$

　C．$\left(3-2\sqrt{3},1\right]\cup\left[5,3+2\sqrt{3}\right)$　　D．$\left(-\infty,1\right]\cup\left[5,+\infty\right)$

9. 已知实数m满足$|m|\geq 1$，且$b=ma+m^2+2$，则a^2+b^2的最小值为（　　）

A. 2　　　　B. 4　　　　C. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　　　D. $\dfrac{9}{2}$

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x^2}{x+1}, & \dfrac{1}{2}<x\leq 1\\ \dfrac{4^x-1}{3-4^x}, & 0\leq x\leq \dfrac{1}{2}\end{cases}$，函数$g(x)=a\sin(\dfrac{\pi}{6}x)-2a+3(a>0)$，若存在$x_1,x_2\in[0,1]$，使得$f(x_1)=g(x_2)$成立，则实数$a$的取值范围是（　　）

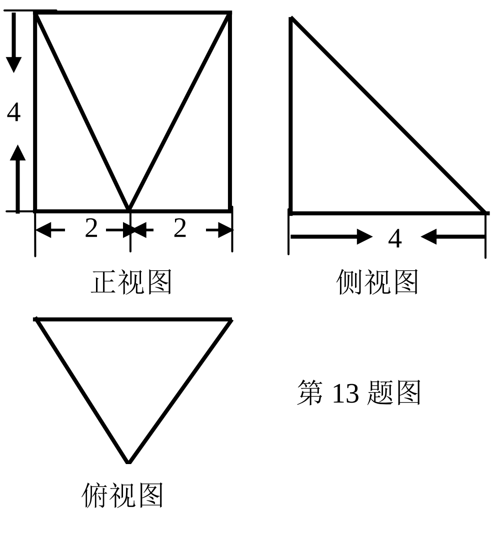
A. $\left[\dfrac{1}{2},2\right]$　　　　B. $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$　　　　C. $\left[\dfrac{2}{3},2\right]$　　　　D. $(0,2]$

非选择题部分　（共 110 分）

二、　填空题：本大题共 7 小题, 多空题每小题 6 分, 单空题每小题 4 分,共 36 分.

11. 已知 $\sin\alpha=\cos\alpha+\dfrac{1}{5}$，且$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，则$\sin\alpha=$________；$\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{4})}=$________.

12. 某几何体的三视图如右，则几何体的体积为________；几何体的表面积为________.



第 13 题图

13. 若$(x+1)^6+x^6=a_0+a_1(x+1)^5x+a_2(x+1)^4x^2+a_3(x+1)^3x^3+a_4(x+1)^2x^4+a_5(1+x)x^5$，且$a_i(\mathrm{i}=0,1,2,3,4,5)$是常数，则$a_0=$________；$a_1+a_3=$________.

14. 设实数x,y满足不等式组$\begin{cases}x+y-3\geq 0\\ x-3y+5\geq 0\\ x+my-1\leq 0\end{cases}$，且目标函数$z=3x+y$的最大值为15，则实数$m=$________；

设$\min\{a,b\}=\begin{cases}a, & a\leq b\\ b, & a>b\end{cases}$，则$z=\min\{x+y+2,2x+y\}$的取值范围是________.

15. 已知m,n,l是互不相同的直线，α,β是两个不重合的平面。给出以下四个命题：

①m,n是两条异面直线，$m\subset\alpha,n\subset\beta$，且$m//\beta,n//\alpha$，则$\alpha//\beta$；

②若$m\subset\alpha,n\bigcap\alpha=A$，且点$A\notin m$，则$m,n$是两条异面直线；

③若m,n是异面直线，$m//\alpha,n//\alpha$，且$l\perp m,l\perp n$，则$l\perp\alpha$；

④已知直线$m\perp$平面α，直线$n\subset$平面β，$\alpha\perp\beta\Rightarrow m//n$．

其中为真命题的序号是________.（把所有真命题的序号都填上）

16. 已知函数$f(x)$是定义在R上的奇函数，对任意的$x\in R$都有$f(1+x)=f(1-x)$，且当$x\in\left[0,1\right]$时，$f(x)=2^x-1$．则当$x\in\left[-2,6\right]$时，方程$f(x)=-\dfrac{1}{2}$的所有根之和为_______.

17. 设集合$A=\left\{a,b,c\right\}$，其中$a,b,c\in\left\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\right\}$，若$a,b,c$满足$a<b<c$，且$2\le c-b\le 6$，则集合A的个数为________.

三、解答题：本大题共5小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

18.（本小题满分15分）已知函数$f(x)=2\sin(x-\dfrac{\pi}{6})\cos x$．

（Ⅰ）求函数$f(x)$的最大值和最小正周期；

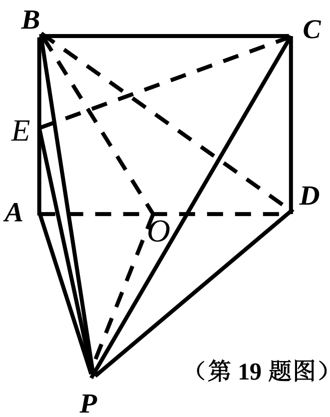
（Ⅱ）设ΔABC的内角A,B,C的对边分别a,b,c，且$c=2\sqrt{3},f(C)=\dfrac{1}{2}$．

若$\sin B=2\sin A$，求边a,b的值.

19.（本小题满分15分）如图，边长为4的正方形$ABCD$所在平面与正ΔPAD所在平面互相垂直，E、O分别为AB、AD的中点.

（Ⅰ）求证：平面$PCE\perp$平面POB；

（Ⅱ）求直线AP与平面PDB所成角的正弦值.



（第19题图）

20.（本小题满分 15 分）．已知函数 $f(x)=\dfrac{3}{x}+a\ln x(a>0)$.

（Ⅰ）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $P(1,f(1))$ 处的切线与直线 $y=-x$ 平行，求函数 $y=f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）若对任意 $x\in(0,+\infty)$，都有 $f(x)>0$ 成立，试求实数 a 的取值范围；

（Ⅲ）记 $g(x)=f(x)+2x-b(b\in R)$，当 $a=1$ 时，函数 $g(x)$ 在区间 $[e^{-1},e]$ 上有两个零点，求实数 b 的取值范围.

21.（本题满分 15 分）已知抛物线 $C_1:x^2=4y$ 的焦点为 F，过抛物线 $C_2:y=-\dfrac{1}{8}x^2+3$ 上一点 M 作抛物线 C_2 的切线 l 与抛物线 C_1 交于 A,B 两点.

（Ⅰ）记直线 AF,BF 的斜率分别为 k_1,k_2，若 $k_1\cdot k_2=-\dfrac{3}{5}$，求直线 l 的方程；

（Ⅱ）是否存在正实数 m，使得对任意点 M，都有 $|AB|=m(|AF|+|BF|)$ 成立？如存在，求 m 的值；如不存在，请说明理由.

22.（本题满分 14 分）已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$， $a_{n+1}^2+a_{n+1}=2a_n,n\in N^*$.

（Ⅰ）求证： $1<a_n\le 3$，$n\in N^*$；

（Ⅱ）若对于任意的正整数 n，都有 $\dfrac{a_{n+1}-1}{a_n-1}<M$ 成立，求 M 的最小值；

（Ⅲ）求证：$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n<n+6$，$n\in N^*$.